1100-1BO15, rok akademicki 2021/22

OPTYKA GEOMETRYCZNA I INSTRUMENTALNA

dr hab. Rafał Kasztelanic

Wykład 6

Moc efektywna soczewki

Moc efektywna soczewki

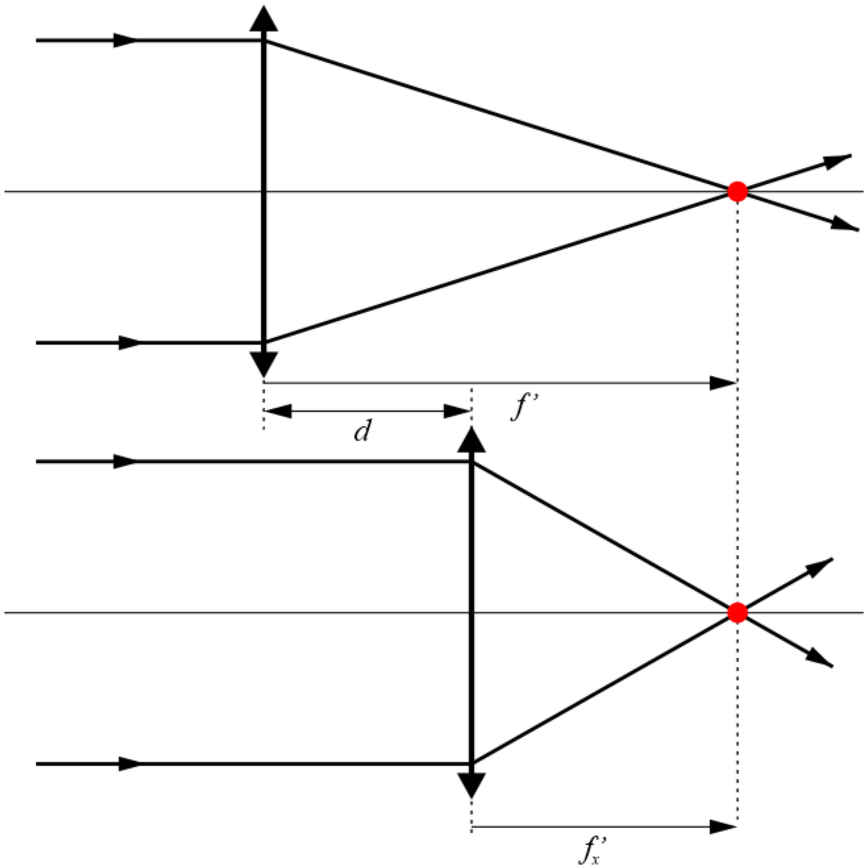
Załóżmy, że mamy soczewkę o mocy optycznej *F=1/f'*.

Jaka jest vergencja fali w punkcie X?

Pytanie równoważne – soczewkę o jakiej mocy należało by postawić w punkcie X aby ognisko wypadało w tym samym punkcie *F'*.

$$F_x = \frac{1}{f'_x} = \frac{1}{f' - d} = \frac{1}{\frac{1}{F} - d} = \frac{F}{1 - dF}$$

$$F_x = \frac{F}{1 - dF}$$



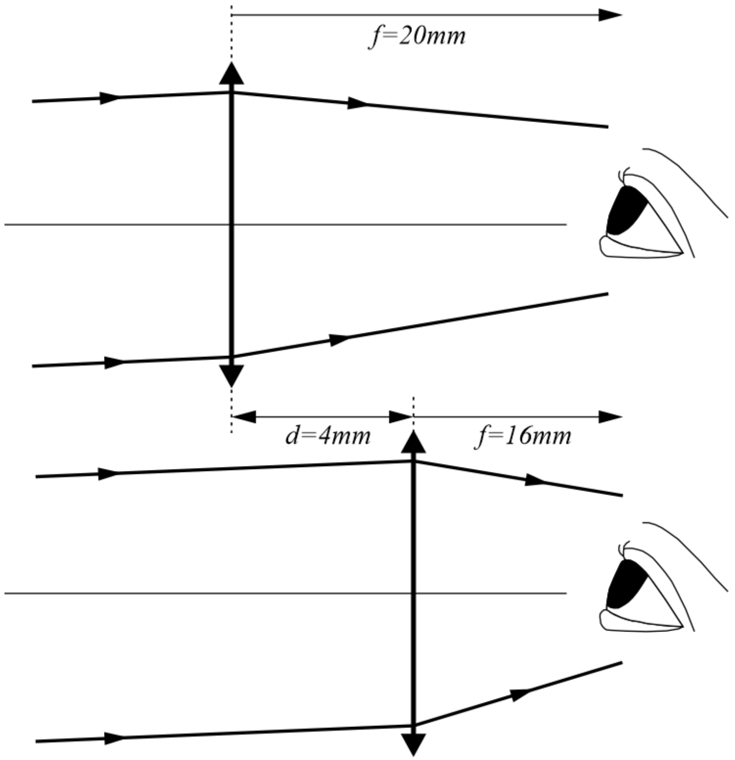
Moc efektywna soczewki

Przykład 9

Cienka soczewka o mocy +6D koryguje wzrok osoby gdy znajduje się w odległości 20 mm od soczewki oka. Jaką powinna mieć moc by korygować wzrok znajdując się 16 mm od soczewki oka?

$$F = +6\ \mathrm{D}$$

$$F_x = \frac{F}{1 - dF} = \frac{6}{1 - 0{,}004 \cdot 6} = +6{,}15\ \mathrm{D}$$

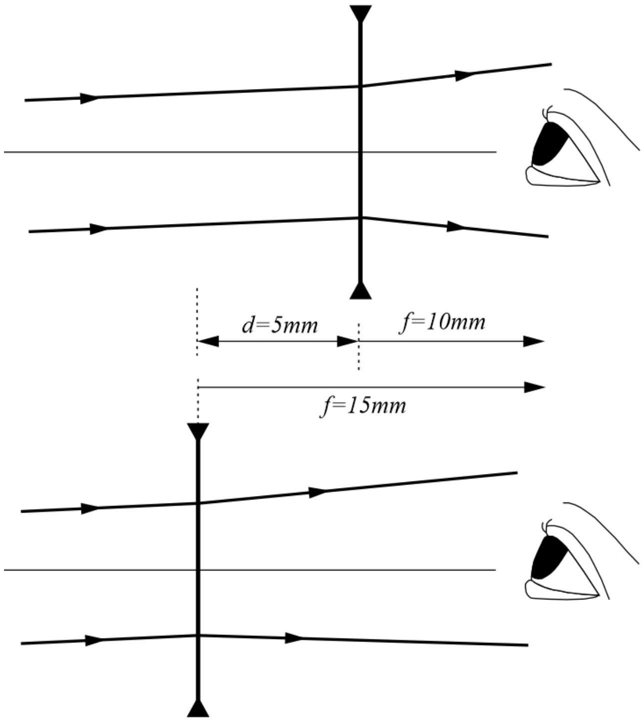


Moc efektywna soczewki

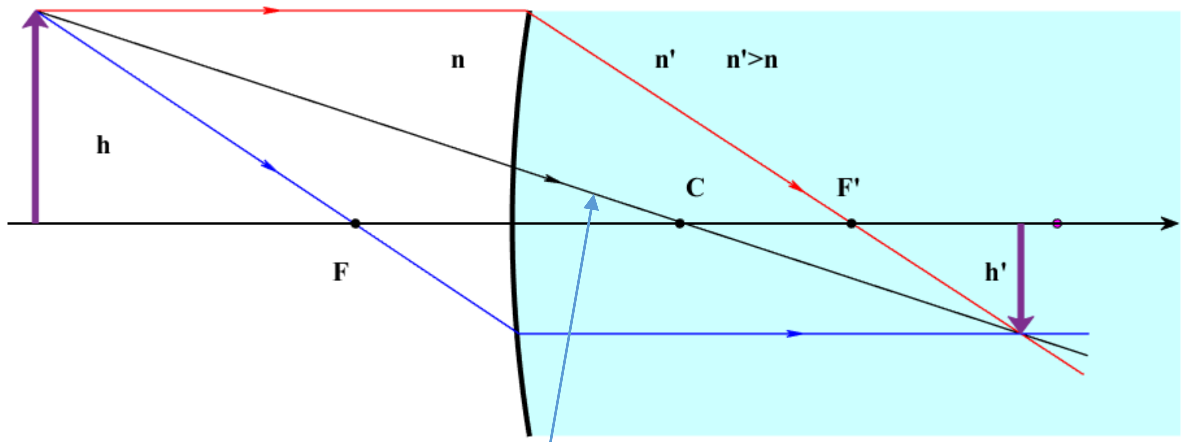
Przykład 9

Cienka soczewka o mocy –8D koryguje wzrok osoby gdy znajduje się w odległości 10 mm od soczewki oka. Jaką powinna mieć moc by korygować wzrok znajdując się 15 mm od soczewki oka?

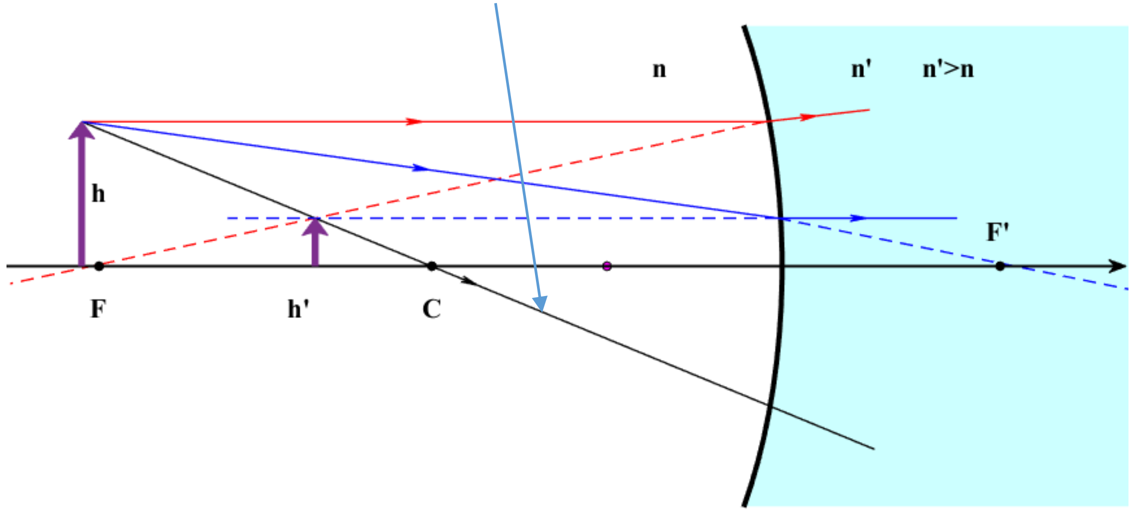
$$F_x = \frac{F}{1-dF} = \frac{-8}{1+0.005\cdot(-8)} = -8{,}33\,\mathrm{D}$$



Bieg promieni przez powierzchnię



Promień trywialny



Odległość przedmiot-obraz – wzór Bessela

$a = -s + s'$

$d = a - 2(-s) = s' - (-s)$

$a + d = 2s' \quad \rightarrow \quad s' = \frac{a+d}{2}$

$a - d = -2s \quad \rightarrow \quad s = -\frac{a-d}{2}$

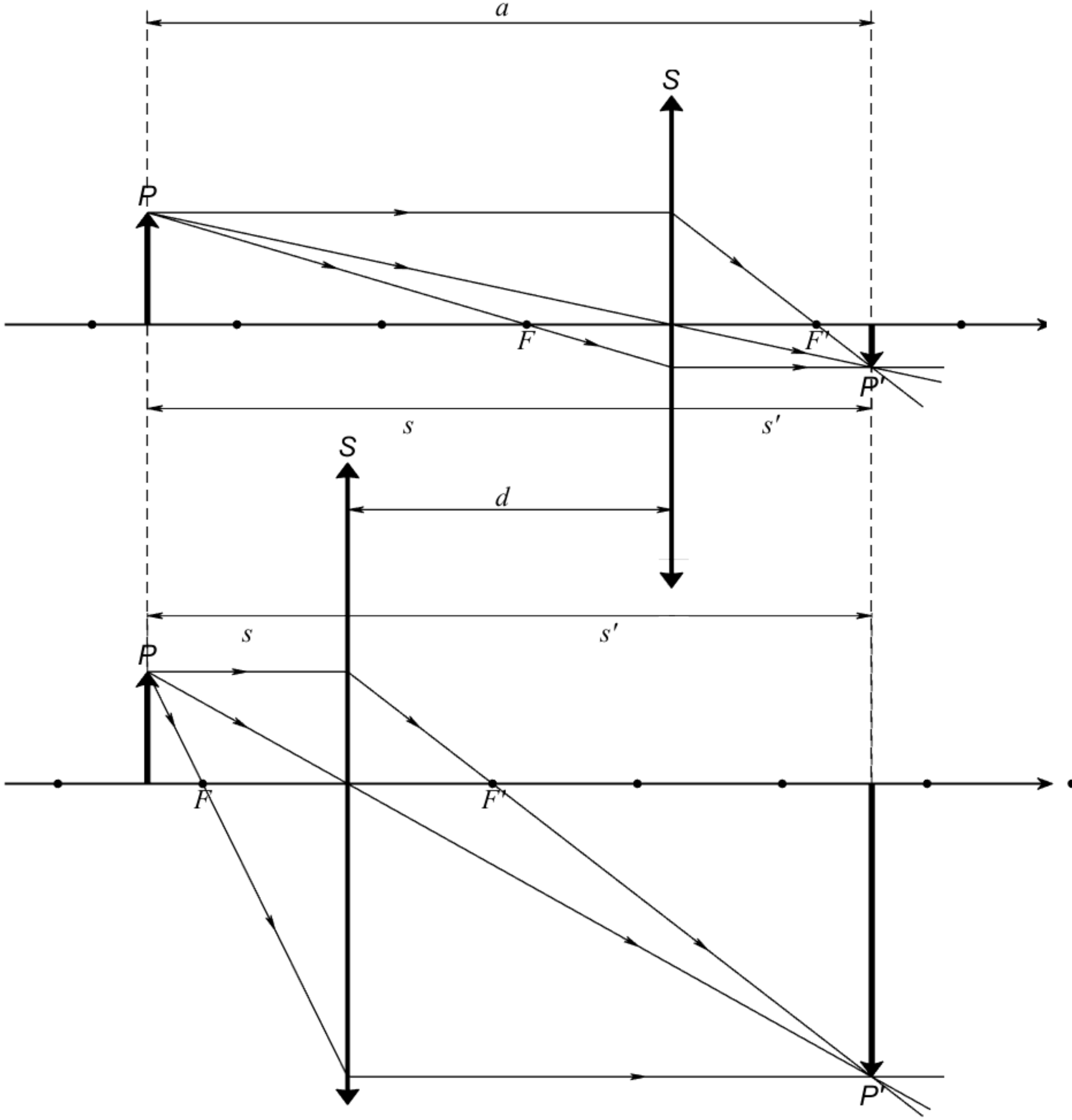
Wzór soczewkowy: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{\frac{a+d}{2}} - \frac{1}{-\frac{a-d}{2}} = \frac{1}{f'}$$

$$\boxed{f' = \frac{a^2 - d^2}{4a}}$$

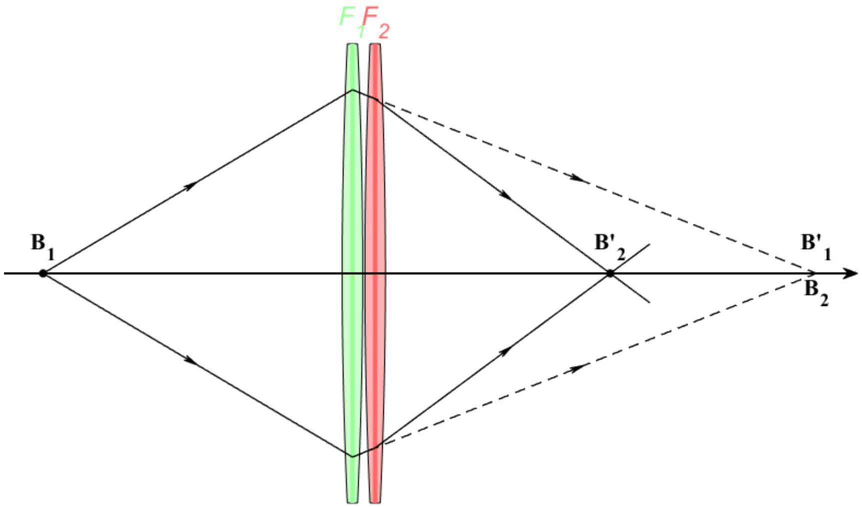
Wzór Bessela

Symetria: $s'_1 = s_2 \quad s_1 = s'_2$



Układ 2 soczewek cienkich

Załóżmy, że mamy 2 cienkie soczewki bardzo blisko siebie o zbieżnościach (wergencjach) V_1 i V_2:



Dla soczewki F_1: $F_1 = V'_1 - V_1$

Dla soczewki F_2: $F_2 = V'_2 - V_2$

Dodajemy stronami:

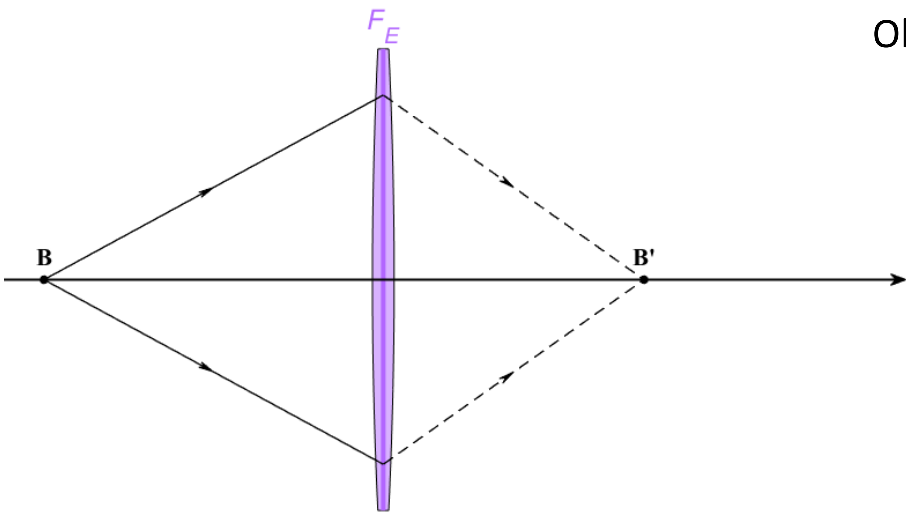
$$F_1 + F_2 = (V'_1 - V_1) + (V'_2 - V_2)$$

Obraz dla soczewki F_1 jest przedmiotem dla soczewki F_2

$$s'_1 = s_2 \quad \rightarrow \quad V'_1 = V_2$$

$$F_1 + F_2 = V'_2 - V_1$$

położenie obrazu   położenie przedmiotu

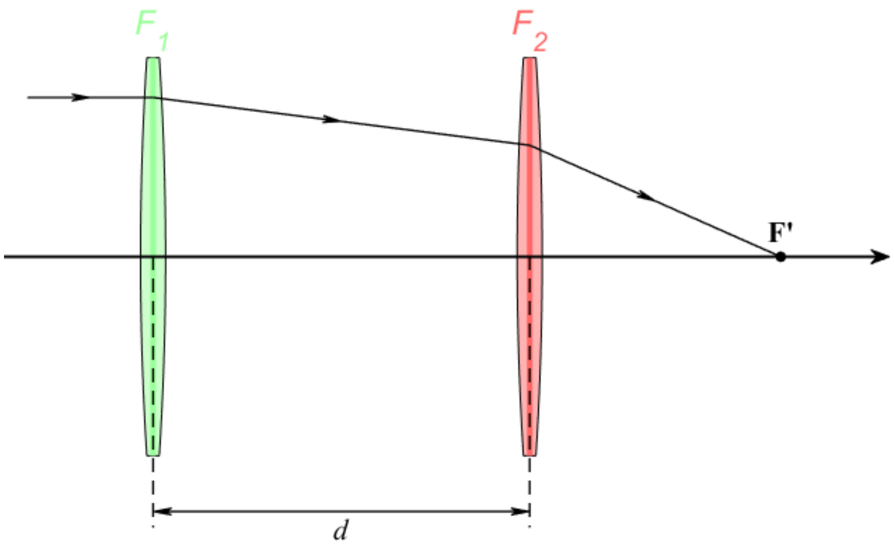


$$F_E = V'_2 - V_1$$ soczewka równoważna

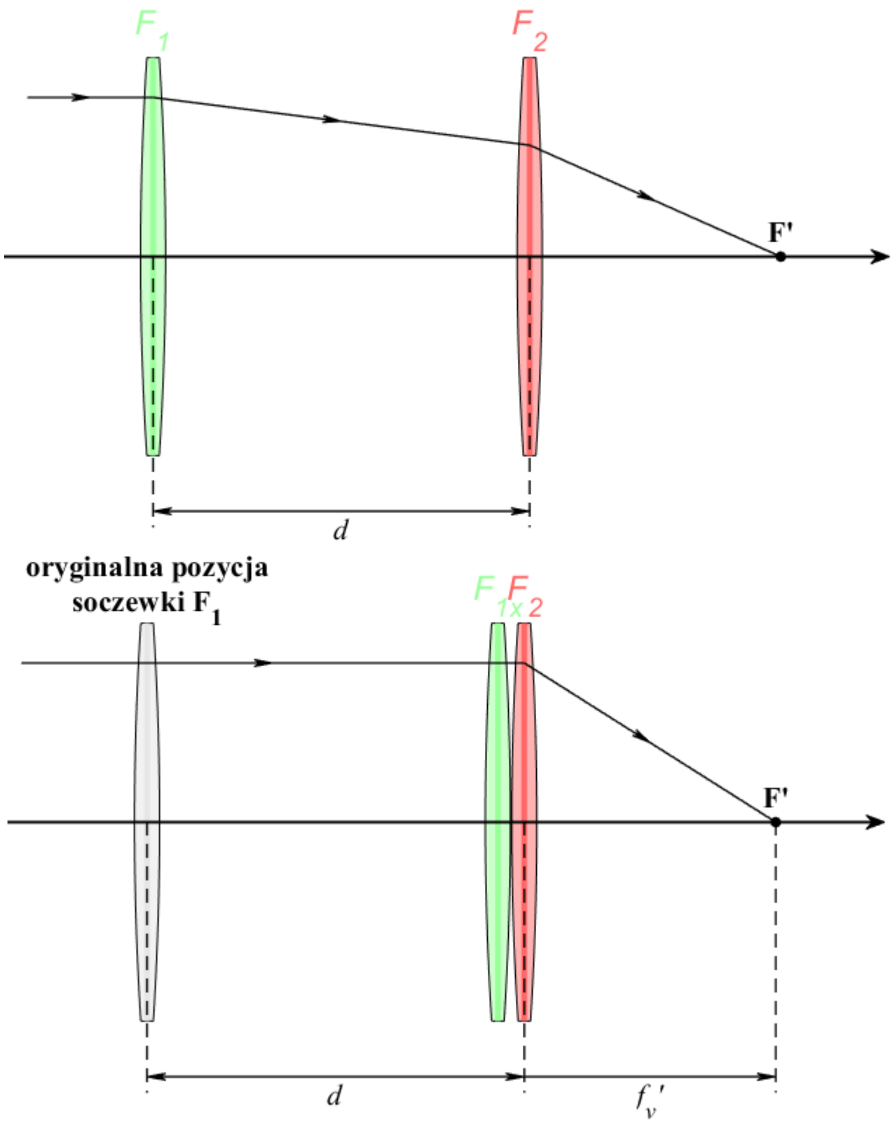
Moc układu 2 soczewek = sumie mocy (soczewki blisko siebie):

$$\boxed{F_E = F_1 + F_2}$$

Układ 2 soczewek cienkich



Układ 2 soczewek cienkich



ogniskowa obrazowa

Moc efektywna soczewki: $F_x = \dfrac{F}{1-dF}$

(wykład 5)

$$\boxed{F_{1x} = \frac{F_1}{1-dF_1}}$$

$$F_v' = F_{1x} + F_2 = \frac{F_1}{1-dF_1} + F_2$$

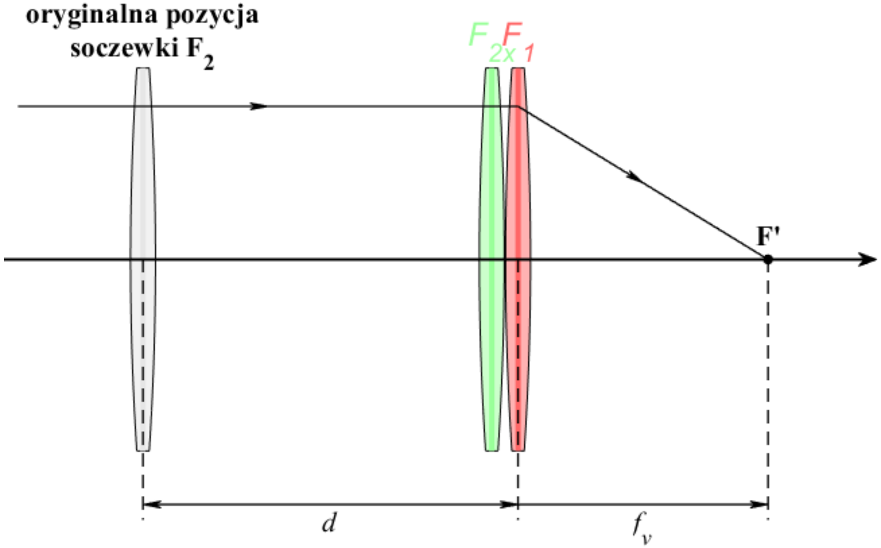
$$= \frac{F_1}{1-dF_1} + F_2\frac{(1-dF_1)}{1-dF_1}$$

$$= \frac{F_1 + F_2(1-dF_1)}{1-dF_1}$$

$$= \frac{F_1 + F_2 - dF_1F_2}{1-dF_1}$$

$$\boxed{A_2F' = f_v' = \frac{1}{F_v'}}$$

Układ 2 soczewek cienkich



ogniskowa przedmiotowa

$$\boxed{F_{2x} = \frac{F_2}{1-dF_2}}$$

$$F_v = F_{2x} + F_1 = \frac{F_2}{1-dF_2} + F_1$$

$$= \frac{F_2}{1-dF_2} + F_1\frac{(1-dF_2)}{1-dF_2} =$$

$$= \frac{F_2 + F_1(1-dF_2)}{1-dF_2}$$

$$= \frac{F_1 + F_2 - dF_1F_2}{1-dF_2}$$

$$\boxed{A_1F = f_v = -\frac{1}{F_v}}$$

Układ 2 soczewek cienkich

Przykład 1

Policz położenie ognisk dla układu dwóch cienkich soczewek o mocach 4D i 6D odległych o 0,075 m od siebie.

Ogniskowa przedmiotowa:

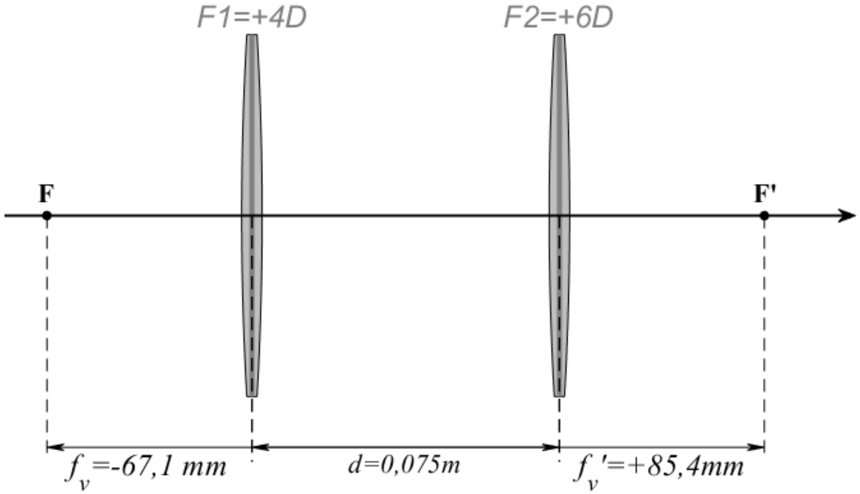
$$F_v = \frac{F_1 + F_2 - dF_1F_2}{1 - dF_2} = \frac{4 + 6 - 0{,}075 * 4 * 6}{1 - 0{,}075 * 6} = \frac{10 - 1{,}8}{0{,}55} = +14{,}91D$$

$$f_v = -\frac{1}{F_v} = -\frac{1}{14{,}91} = -0{,}0671 \text{ m} = -67{,}1 \text{ mm}$$

Ogniskowa obrazowa:

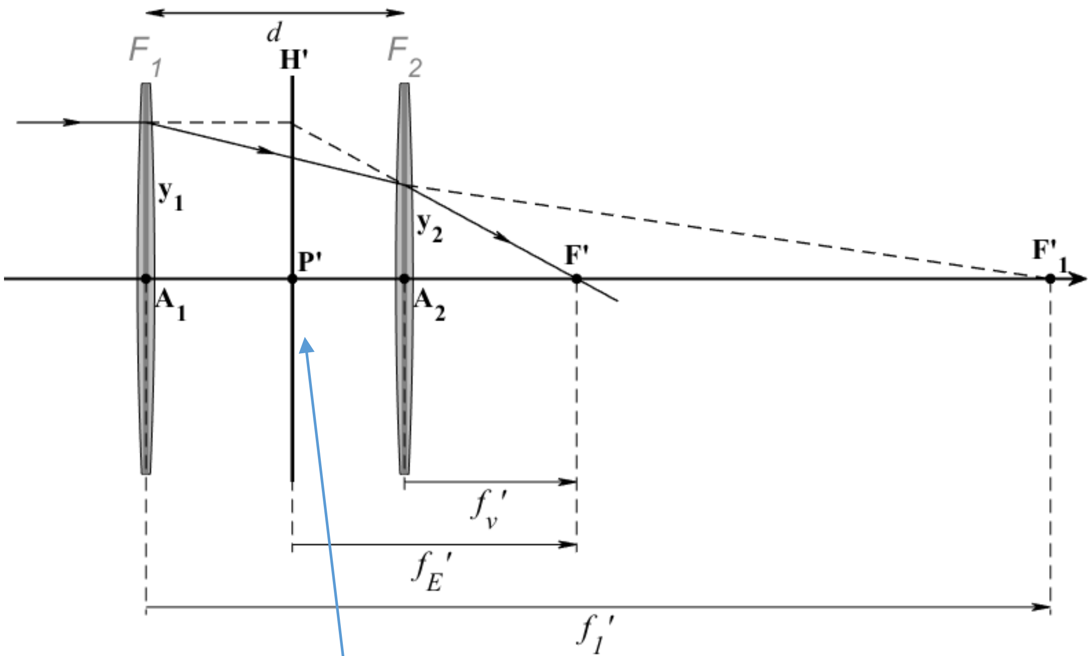
$$F'_v = \frac{F_1 + F_2 - dF_1F_2}{1 - dF_1} = \frac{4 + 6 - 0{,}075 * 4 * 6}{1 - 0{,}075 * 4} = \frac{10 - 1{,}8}{0{,}7} = +11{,}71D$$

$$f'_v = \frac{1}{F'_v} = \frac{1}{11{,}71} = 0{,}0854 \text{ m} = +85{,}4 \text{ mm}$$



Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa

Staram się znaleźć taką cienką soczewkę aby była równoważna 2 soczewkom:



Równoważna soczewka stoi w P'

$$F_v' = \frac{1}{f_v'} = \frac{F_1 + F_2 - dF_1F_2}{1 - dF_1}$$

Z ΔH'P'F' i $\Delta EA_2F'$

$$\frac{f_E'}{f_v'} = \frac{P'H'}{A_2E} = \frac{y_1}{y_2}$$

Z $\Delta DA_1F_1'$ i $\Delta EA_2F'$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{f_1' - d}{f_1'} = 1 - \frac{d}{f_1'}$$

Ponieważ soczewka cienka:

$$f_1' = f_1$$
$$F_1' = F_1$$

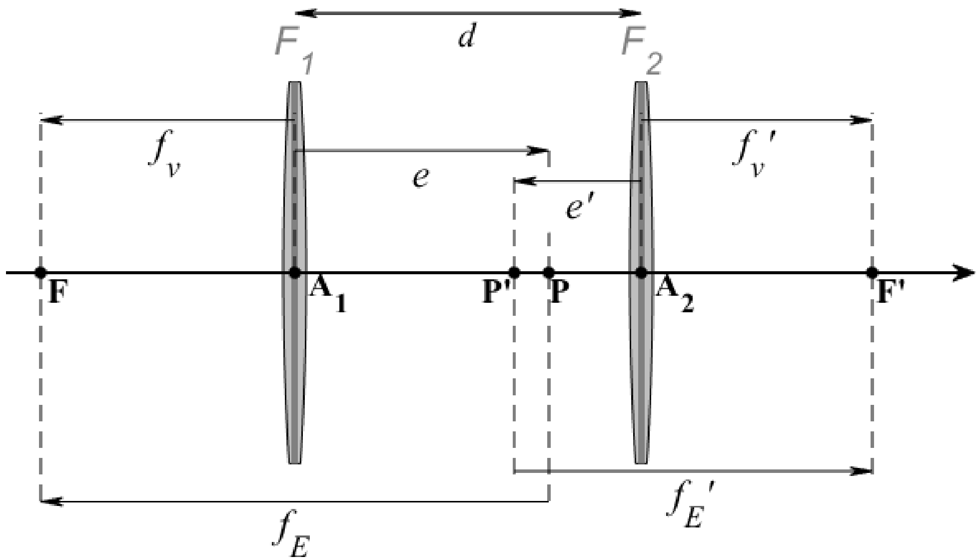
$$\frac{y_2}{y_1} = 1 - dF_1$$

$$F_E = F_v'(1 - dF_1)$$

Wypadkowa moc optyczna: $\boxed{F_E = F_1 + F_2 - dF_1F_2}$

Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa

To samo liczę w przeciwną stronę – do ogniskowej przedmiotowej.
Uzyskuję 2 różne punkty P’ i P.



$$e = f_v - f_E \qquad e' = f_v' - f_E'$$

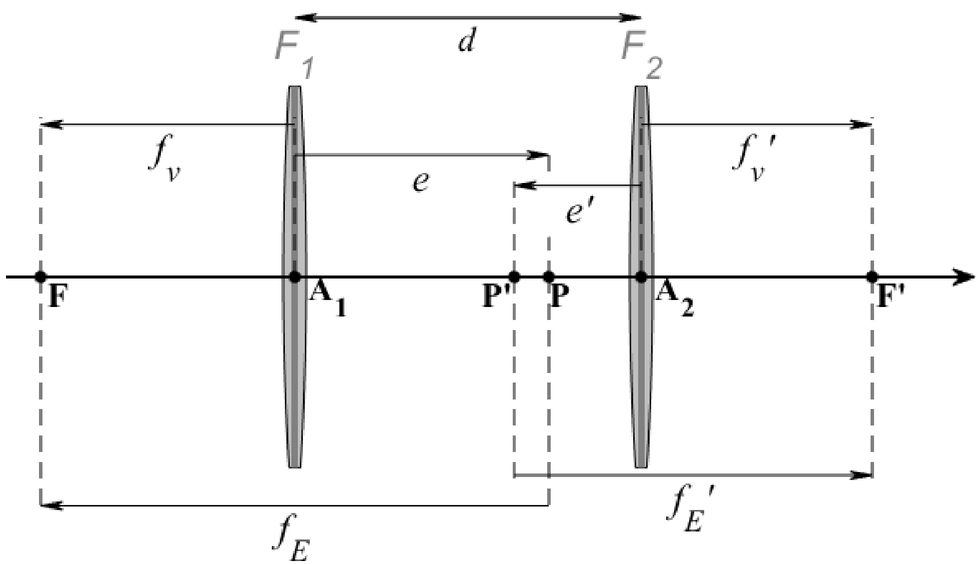
$$e = \left(-\frac{1}{F_v}\right) - \left(-\frac{1}{F_E}\right)$$

$$F_v = \frac{F_E}{1 - dF_2}$$

$$e = \frac{-(1 - dF_2)}{F_E} - \left(-\frac{1}{F_E}\right)$$

$$\boxed{e = \frac{dF_2}{F_E}}$$

Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa



$$e = f_v - f_E \qquad e' = f_v' - f_E'$$

$$e' = \left(\frac{1}{F_v'}\right) - \left(\frac{1}{F_E}\right)$$

$$F_v' = \frac{F_E}{1 - dF_1}$$

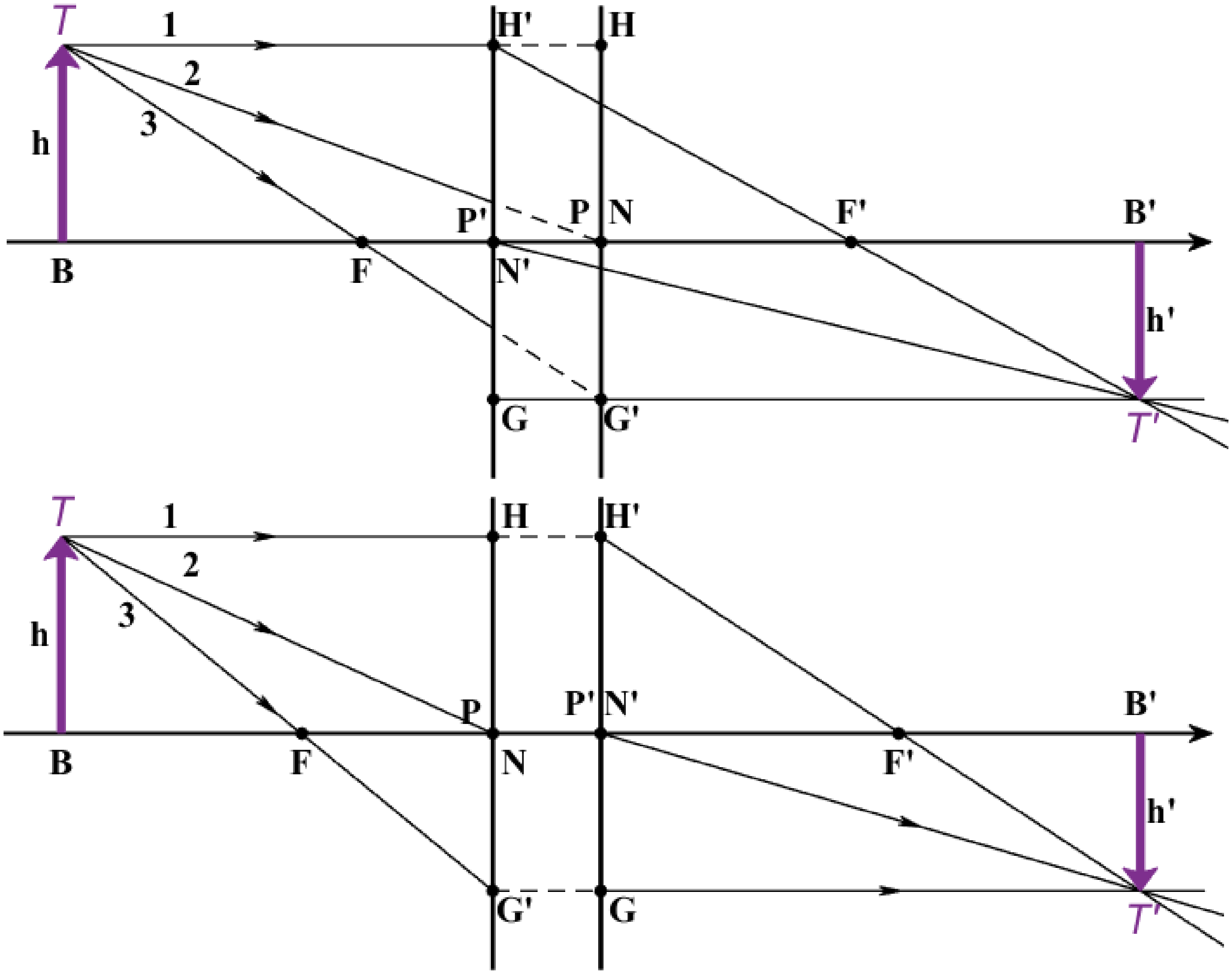
$$e' = \frac{(1 - dF_1)}{F_E} - \left(\frac{1}{F_E}\right)$$

$$\boxed{e' = -\frac{dF_1}{F_E}}$$

Punkty P' i P zwane są punktami głównymi.
Przechodzące przez nie płaszczyzny H' i H zwane są płaszczyznami głównymi.

Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa

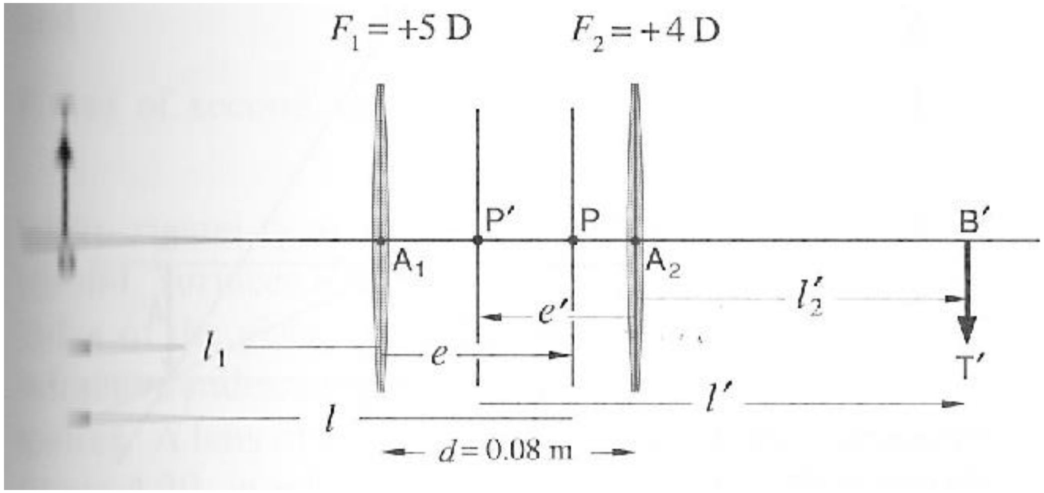
Punkty P’ i P zwane są punktami głównymi.
Przechodzące przez nie płaszczyzny H’ i H zwane są płaszczyznami głównymi.



Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa

Przykład 2

Mamy układ 2 soczewek cienkich o mocach +5D i +4D oddalonych od siebie o 8 cm. Obiekt o wysokości 2 cm położony jest 40 cm przed pierwszą soczewką. Określ położenie obrazu, jego wielkość i położenie płaszczyzn głównych.



Moc zastępcza soczewki:

$$F_E = F_1 + F_2 - dF_1F_2 = 5 + 4 - 0,08*5*4 = +7,4D$$

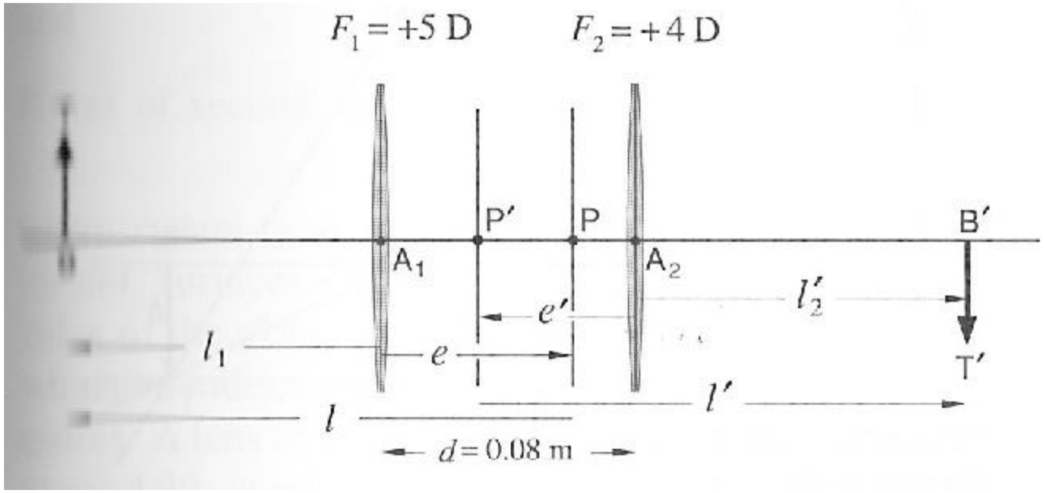
Punkty główne:

$$A_1P = e = d\frac{F_2}{F_E} = 8*\frac{4}{7,4} = +4,32cm \qquad A_2P' = e' = d\frac{F_1}{F_E} = -8*\frac{5}{7,4} = -5,41cm$$

Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa

Przykład 2

Mamy układ 2 soczewek cienkich o mocach +5D i +4D oddalonych od siebie o 8 cm. Obiekt o wysokości 2 cm położony jest 40 cm przed pierwszą soczewką. Określ położenie obrazu, jego wielkość i położenie płaszczyzn głównych.



Położenie obrazu:

$$l = PB = l_1 - e = (-40) + 4,32 = -44,32cm \qquad L = \frac{1}{l} = \frac{1}{-44,32} = -2,256D$$

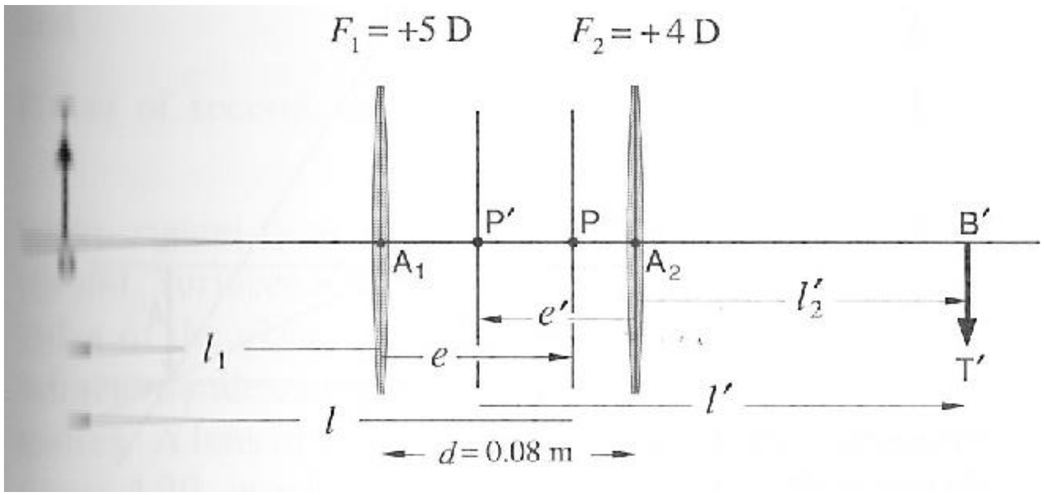
$$L' = L + F = (-2,256) + 7,4 = +5,144D \qquad l' = \frac{1}{L'} = \frac{1}{5,144} = +0,1944D$$

$$l_2' = l' + e' = 19,44 + (-5,41) = 14,03cm$$

Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa

Przykład 2

Mamy układ 2 soczewek cienkich o mocach +5D i +4D oddalonych od siebie o 8 cm. Obiekt o wysokości 2 cm położony jest 40 cm przed pierwszą soczewką. Określ położenie obrazu, jego wielkość i położenie płaszczyzn głównych.



Wielkość obrazu:

$$h' = h * \frac{L}{L'} = 2 * \frac{(-2,256)}{5,144} = -0,88$$

Układ 2 soczewek cienkich – moc wypadkowa

Przykład 2a

To samo policzone za pomocą pojęcia zbieżności (wergencji).

Dla pierwszej soczewki:

$$L_1 = \frac{1}{l_1} = \frac{1}{-0,4} = -2,5D$$

$$L_1' = L_1 + F_1 = (-2,5) + 5 = +2,5D$$

Dla drugiej soczewki:

$$L_2 = \frac{L_1'}{1 - dL_1'} = \frac{2,5}{1 - 0,08 * (2,5)} = +3,125D$$

Moc efektywna, dla obrazu jaki dała soczewka 1

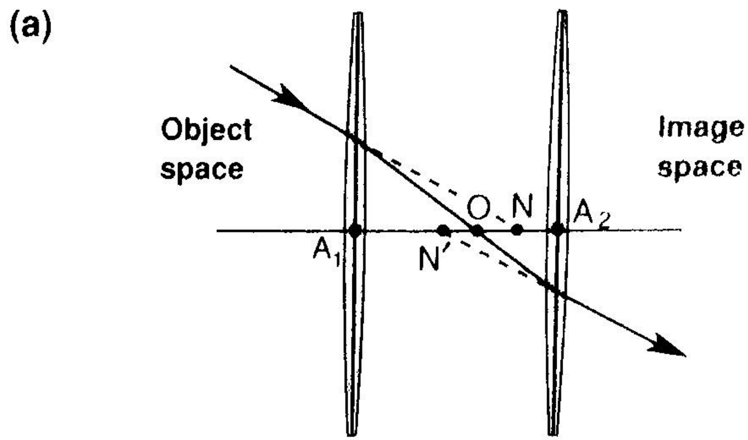
$$L_2' = L_2 + F_2 = 3,125 + 4 = +7,125D$$

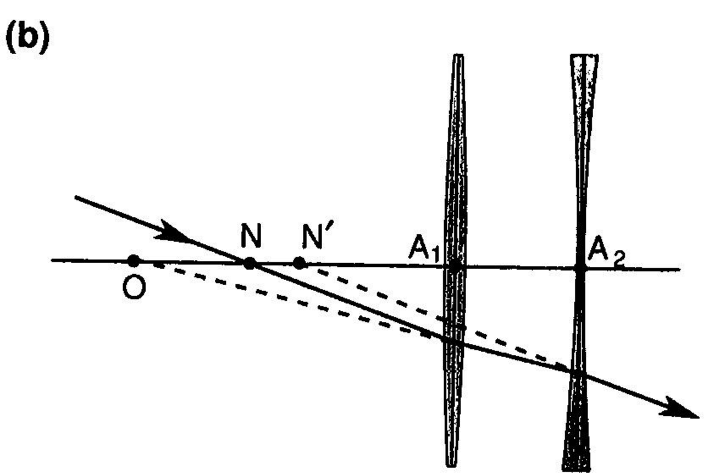
$$l_2' = \frac{1}{L_2'} = \frac{1}{7,125} = +14,04cm$$

Powiększenie obrazu:

$$h_2' = h_1 * \frac{L_1}{L_1'} * \frac{L_2}{L_2'} = 2 * \frac{(-2,5)}{2,5} * \frac{3,75}{7,125} = -0,88cm$$

Punkty węzłowe





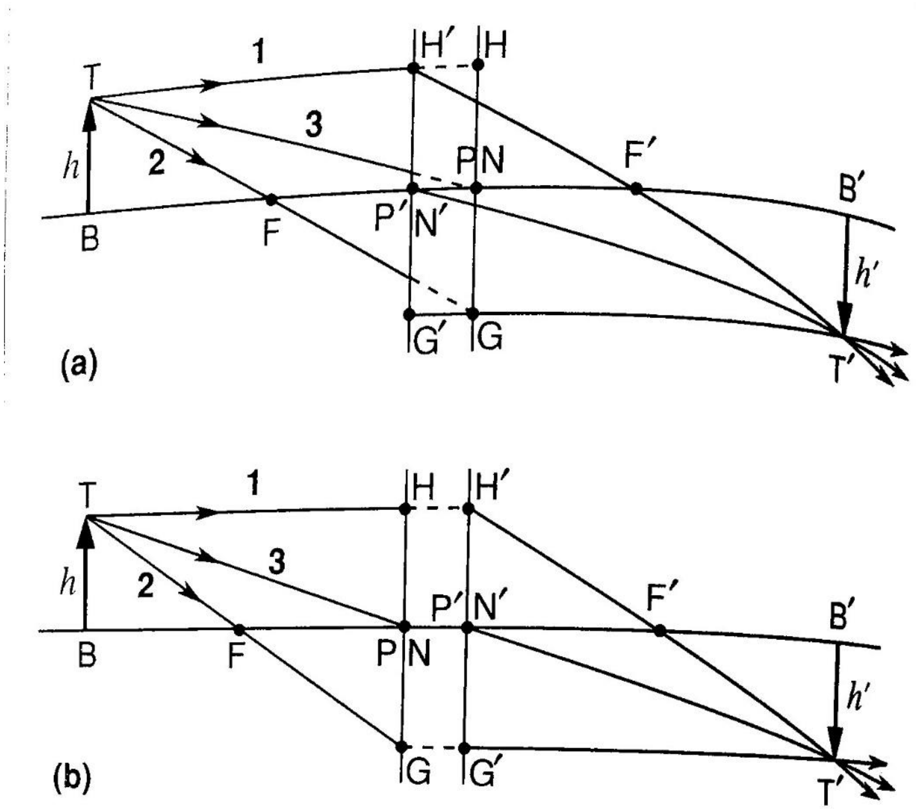
Punkt węzłowy N leży na przecięciu promienia padającego na pierwszą soczewkę z osią optyczną.

Punkt węzłowy N’ leży na przecięciu promienia wychodzącego z układu z osią optyczną.

Punkt środkowy O leży na przecięciu promienia między soczewkami z osią optyczną. Jest to środek optyczny układu 2 soczewek.

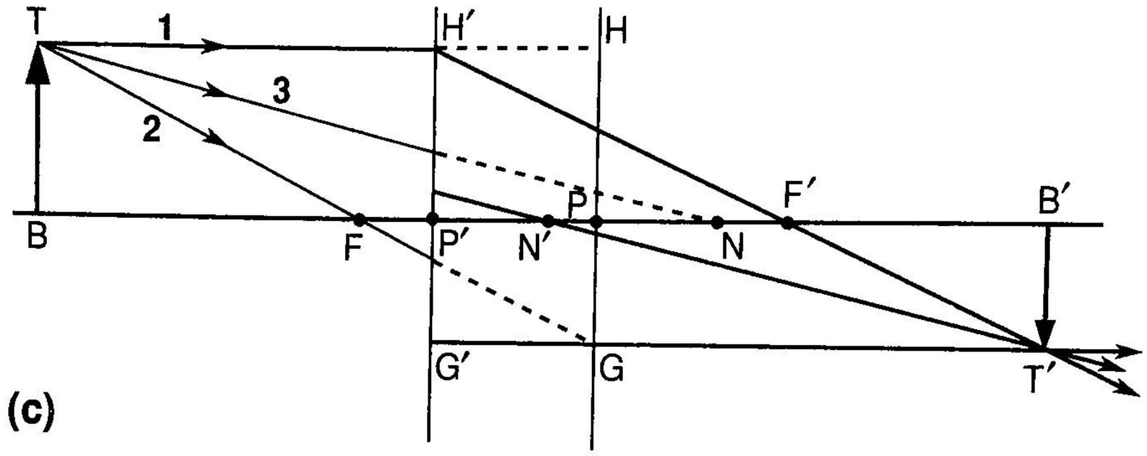
$$A_1O = d\,\frac{F_2}{F_1 + F_2}$$

Punkty węzłowe - położenie



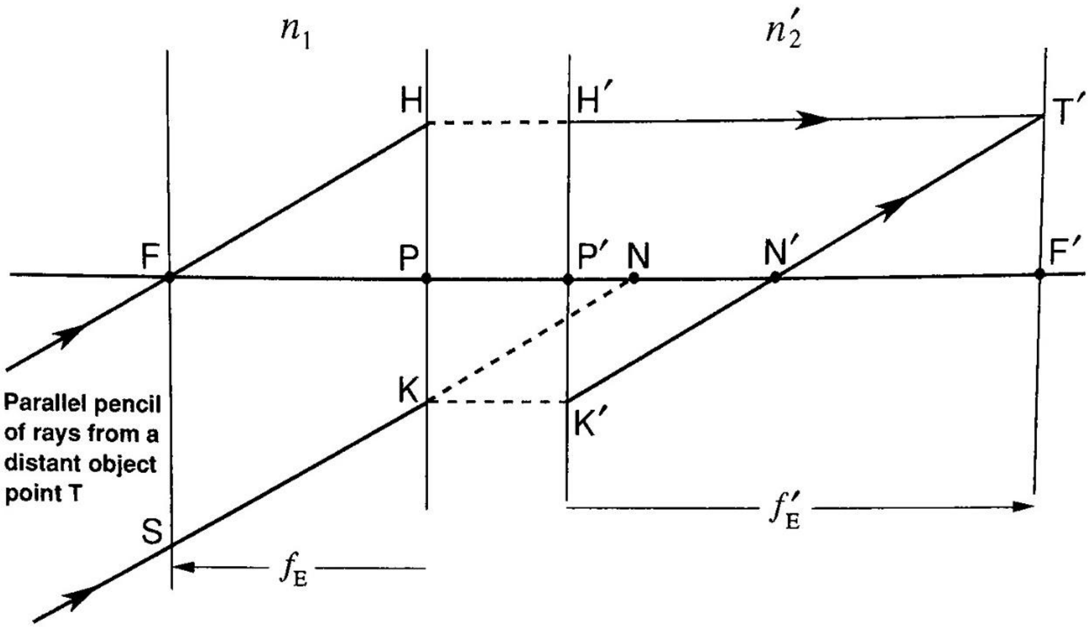
W przypadku gdy ośrodek poza soczewkami jest taki sam punkty węzłowe pokrywają się z punktami głównymi.

Punkty węzłowe - położenie



W przypadku gdy ośrodek poza soczewkami jest różny, punkty węzłowe nie pokrywają się z punktami głównymi.

Punkty węzłowe - położenie



$$N'F' = FP = -f_E$$

$$P'N' = P'F' - N'F'$$

$$P'N' = f_E' - (-f_E)$$

$$P'N' = f_E' + f_E$$

$$\boxed{PN = P'N' = f_E' + f_E}$$

$$f_E = -\frac{n_1}{n_2'} f_E'$$

$$P'N' = f_E' + f_E = f_E'\left(1 - \frac{n_1}{n_2'}\right)$$