1100-1BO15, rok akademicki 2021/22

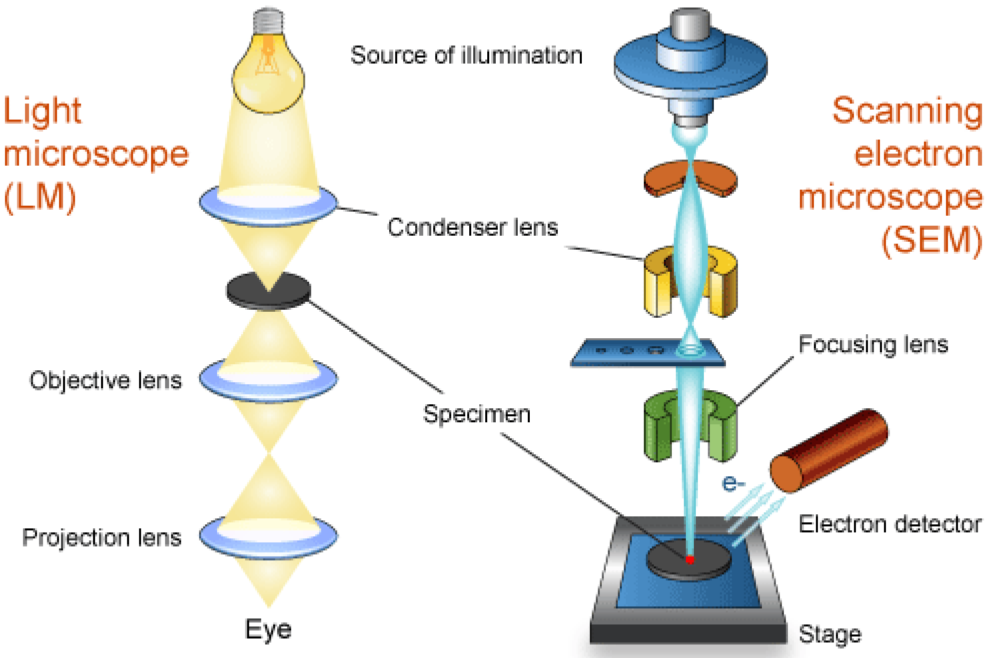
OPTYKA GEOMETRYCZNA I INSTRUMENTALNA

dr hab. Rafał Kasztelanic

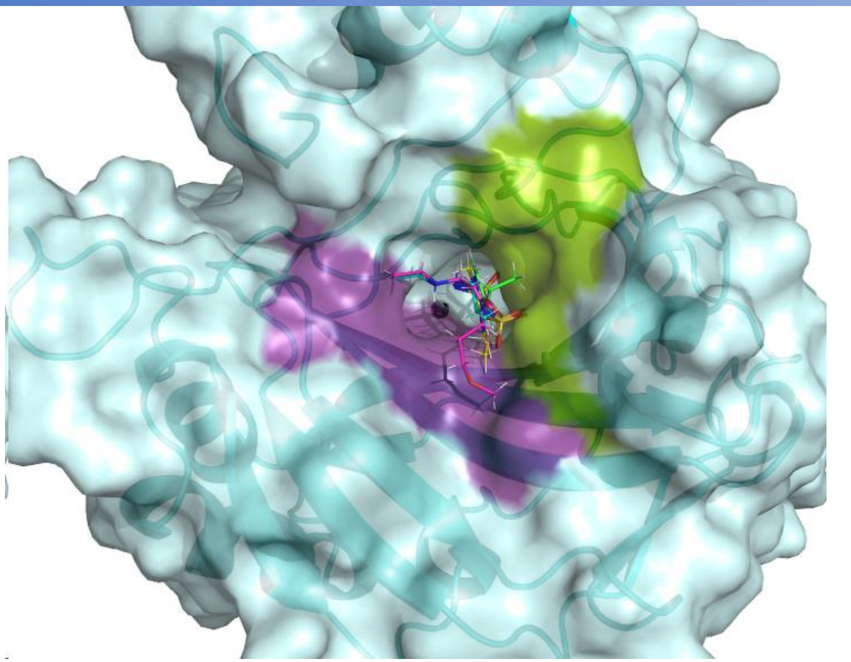
Wykład 2

Czym jest optyka ?

- optyka elektronowa
- optyka neutronowa
- optyka ultradźwięków



microscopy.unimelb.edu.au



phys.org/news/2018-02-neutron-glaucoma-drugs-clues-enzyme.html

wuxicansonic.en.made-in-china.com

Światło a materia

Światło a materia - dielektryki

- ciało gazowe, ciekłe lub stałe niebędące przewodnikiem prądu elektrycznego
- charakteryzuje się współczynnikiem załamania n>1
- wykazuje dyspersje
- przezroczyste (zależy od długości fali)

www.obrazfizyki.pl

www.radiozet.pl

Światło a materia – współczynnik załamania światła

- szybkość z jaką światło propaguje się w materii (dielektrykach) jest zależna od „siły” oddziaływania z naładowanymi molekułami tworzącymi medium
- bezwzględny współczynnik załamania n jest miarą szybkości propagacji, zdefiniowany jako $n = c/v$, gdzie v jest szybkością propagacji w medium
- względny współczynnik załamania to stosunek współczynnika załamania materiału do współczynnika załamania innego materiału, zwykle powietrza $n = n_2/n_1$
- lub, stosunek prędkości fazowej fali w ośrodku odniesienia do prędkości fazowej fali w danym ośrodku $n = v_1/v_2$
- współczynnik załamania może być wyznaczony bezpośrednio $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$

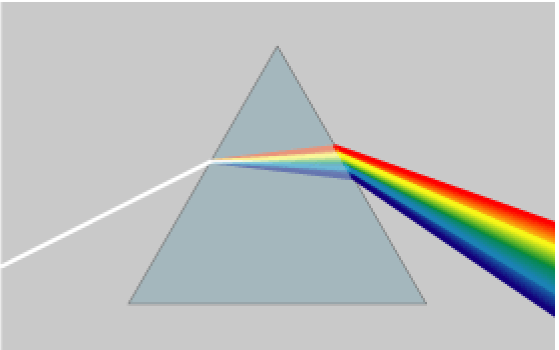
  gdzie: ε_r – względna przenikalność elektryczna ośrodka, μ_r – względna przenikalność magnetyczna ośrodka.
- współczynnik n jest praktycznie zawsze większy niż 1
- w większości typowych materiałów przezroczystych, współczynnik załamania jest izotropowy, czyli niezależny od kierunku propagacji
- Istnieją materiały izotropowe, dwójłomne
- może być zależny od położenia (np. soczewka oka, soczewka gradientowa)

Światło a materia - współczynnik załamania światła

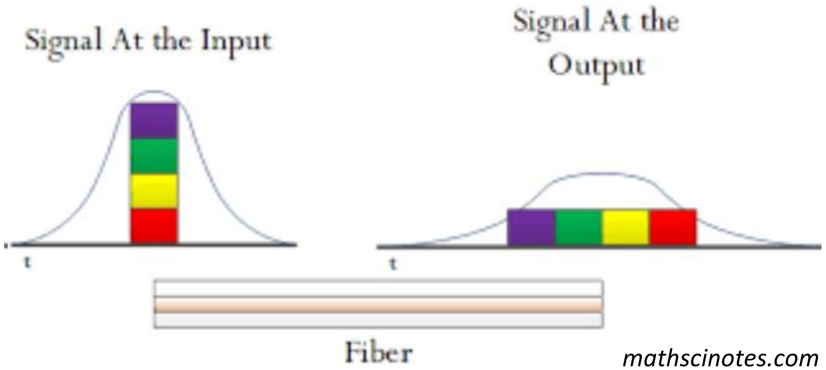
ośrodek	wsp. załamania
próżnia	1
hel	1,000035
powietrze (1013 hPa, 20°C)	1,0003
woda	1,33
lód	1,310
alkohol etylowy	1,37
heksan	1,38
dwusiarczek węgla	1,63
jodek metylu	1,74
topiony kwarc	1,46
szkło crown	1,50-1,54
szkło flint	1,66
chlorek sodu	1,53
diament	2,417
rutyl	2,616; 2,903
plexiglas	1,489
krzem	~4

Światło a materia - dyspersja

- szybkość propagacji światła w materii zależy od częstotliwości padającej fali
- współczynnik załamania zależy od długości fali światła $n(\lambda)$
- Jest to dyspersja chromatyczna, jest ona m.in. odpowiedzialne za powstawanie tęczy, czy rozmycie impulsów w światłowodach



en.wikipedia.org/wiki/Dispersion_(optics)



mathscinotes.com

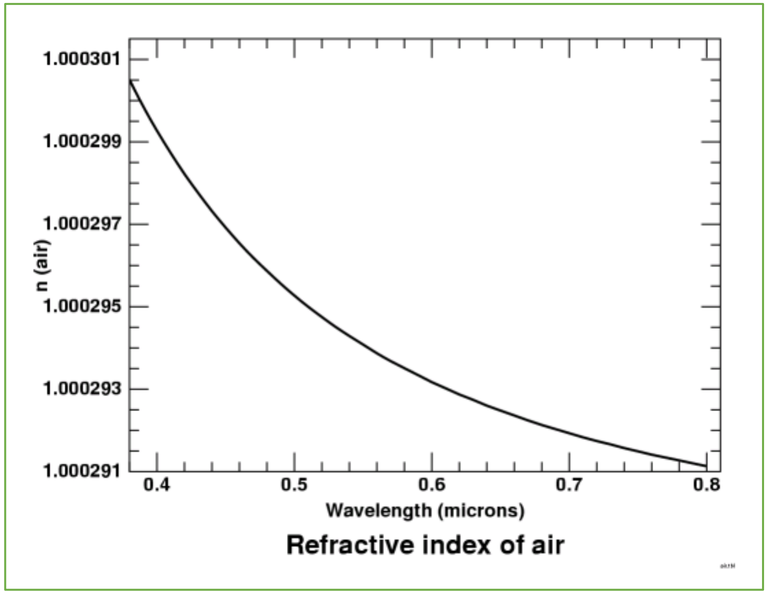
$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad \text{(Cauchy)}$$

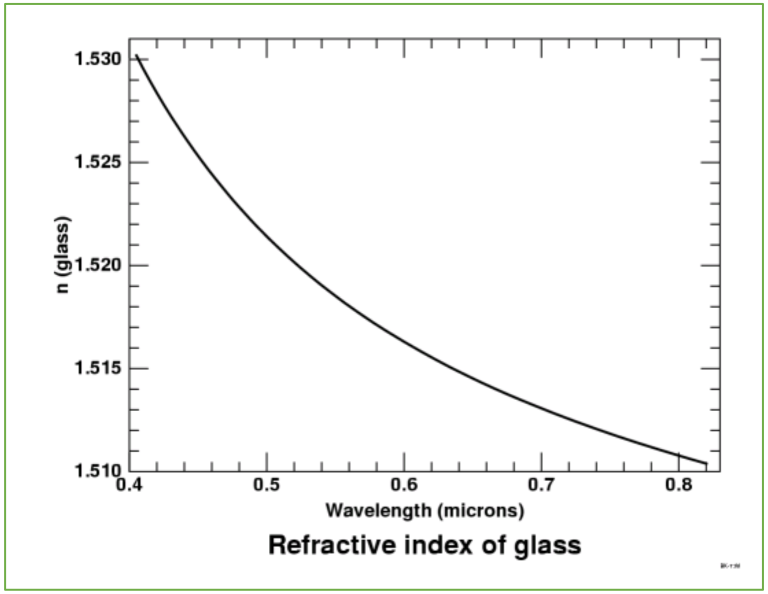
$$n(\lambda) = n_0 + \frac{A}{(\lambda - \lambda_0)^{1,2}} \quad \text{(Hartmann)}$$

$$\boxed{n^2(\lambda) - 1 = \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \quad \text{(Sellmeir)}}$$

Światło a materia - dyspersja

Dyspersja powietrza vs. szkła





- Dyspersja chromatyczna jest powszechna
- Dla fal widzialnych przebiega w podobny sposób dla wielu materiałów (współczynnik załamania światła w materiale zmniejsza się wraz ze wzrostem długości fali padającego światła)

Światło a materia - dyspersja

- współczynnik dyspersji

$$\Delta n = n_F - n_C$$

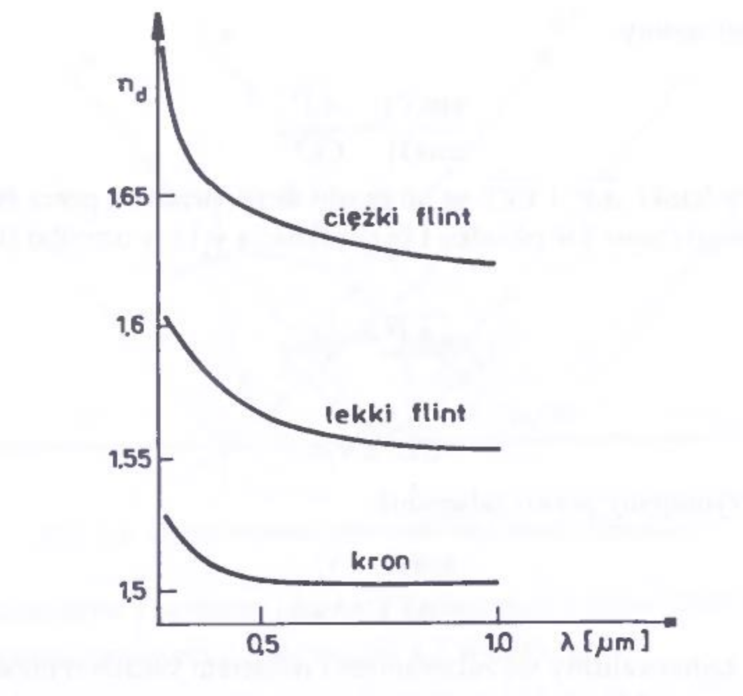
- liczba Abbego (dyspersja względna)

$$\nu = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

- dyspersja cząstkowa

$$P_\lambda = \frac{n_F - n_\lambda}{n_F - n_C}$$

$\lambda_F = 486{,}1$ nm
$\lambda_C = 656{,}3$ nm
$\lambda_d = 589{,}3$ nm

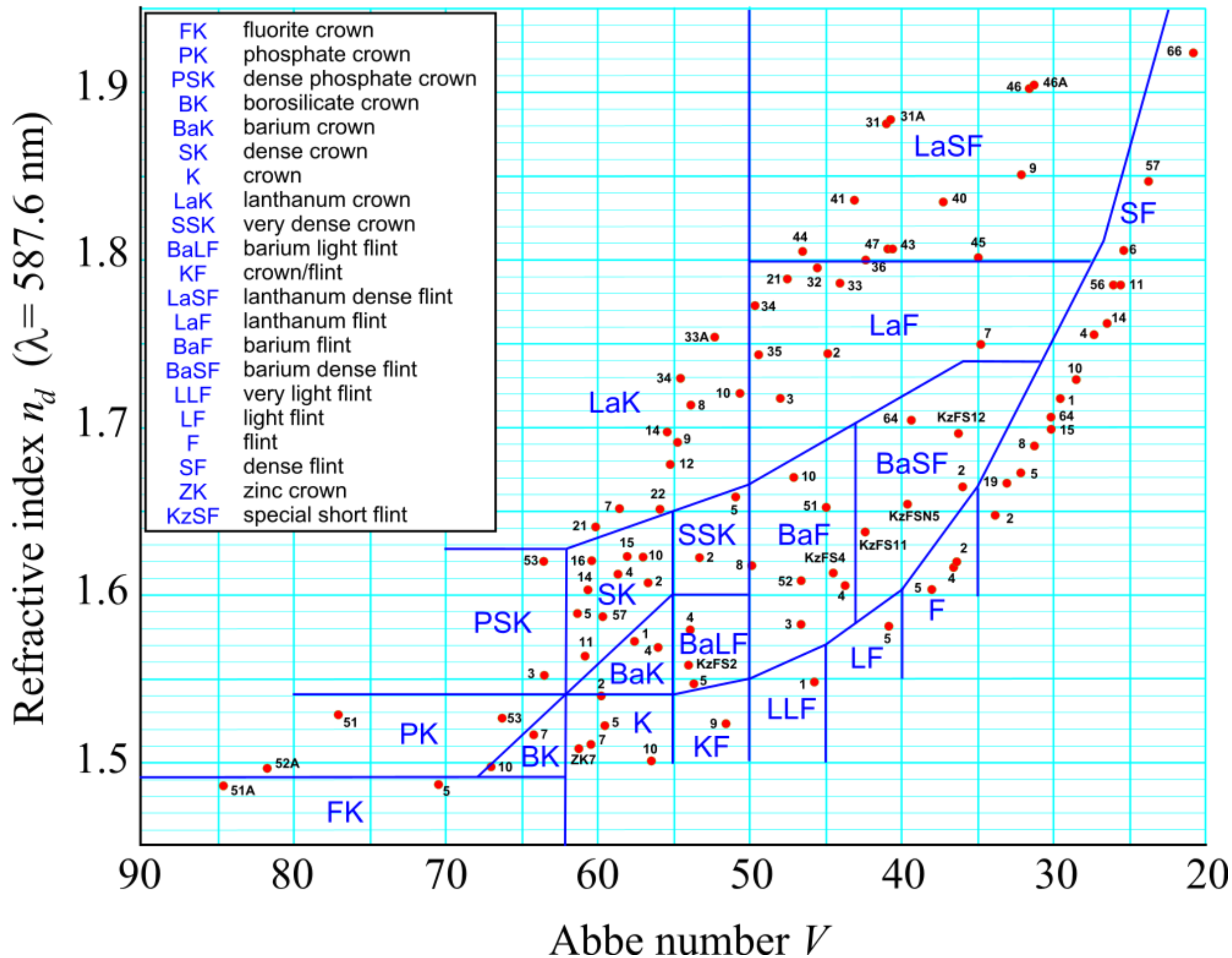


Rys. 1.8. Krzywe dyspersji dla niektórych materiałów optycznych

Światło a materia - dyspersja

Liczba Abbego - im jest większa, tym dyspersja materiału jest mniejsza

$$\nu = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$



pl.wikipedia.org/wiki/Liczba_Abbego

Światło a materia - dyspersja

Skąd się wzięły λ_F, λ_C, λ_d itp.?

- Dostępne w dawnych latach lampy gazowe emitowały światło o liniach widmowych zależnych od cech gazu.

λ [nm]	Symbol linii	Źródło światła	Zakres widmowy
365.01	i	Hg	UV
404.66	h	Hg	violet
435.84	g	Hg	blue
479.99	F'	Cd	blue
486.13	F	H	blue
546.07	e	Hg	green
587.56	d	He	yellow
589.3	D	Na	yellow
643.85	C'	Cd	red
656.27	C	H	red
706.52	r	He	red
768.2	A'	K	red
852.11	s	Cs	IR
1013.98	t	Hg	IR

Światło a materia - metale

kopalniawiedzy.pl

- przewodnik prądu
- współczynnik załamania zespolony
- częstość plazmowa
- odbijanie, pochłanianie
  - dla częstości większych od częstości plazmowej materiał jest przeźroczysty
  - dla częstości mniejszych wykazuje duży współczynnik odbicia
  - dla jeszcze mniejszych częstości współczynnik odbicia maleje, ale transmisja nie rośnie, gdyż rośnie absorpcja.
  - występowanie kolejno obszarów o dużej transmisji, odbiciu i absorpcji, jest charakterystyczne dla materiałów przewodzących takich jak metale czy półprzewodniki

Światło a materia - rozpraszanie

- zjawisko oddziaływania światła z materią, w wyniku którego następuje zmiana kierunku rozchodzenia się światła, inne (zjawisko) niż odbicie i załamanie światła
- rozpraszanie światła może być sprężyste - bez zmiany energii/częstotliwości
- lub niesprężyste - ze zmianą energii/częstotliwości
- wielkość rozproszenia zależy od długości fali elektromagnetycznej, od wielkości cząsteczek atmosfery oraz od długości drogi oddziaływania fali z atmosferą

Przyczyny

- niejednorodnościami układu, w którym zachodzi propagacja fal (cząsteczki substancji, pyły, aerozole, zmiany gęstości itp.).
- nierówność powierzchni

Światło a materia - rozpraszanie

Wyróżniamy trzy rodzaje rozproszenia:

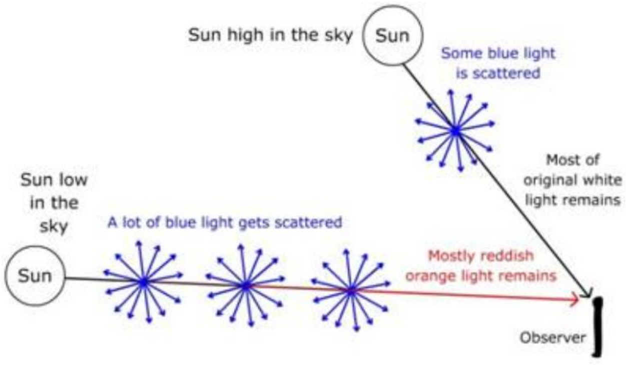
- **rozpraszanie Rayleigha**

Zachodzi gdy wielkość cząsteczek, na których zachodzi rozproszenie jest dużo mniejsza niż długość fali elektromagnetycznej

Zachodzi we wszystkich kierunkach, bez zmiany długości fali

Wynikiem tego rozpraszania jest niebieski kolor nieba i pochłanianie UV przez ozon

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}$$



kathleenhalme.com

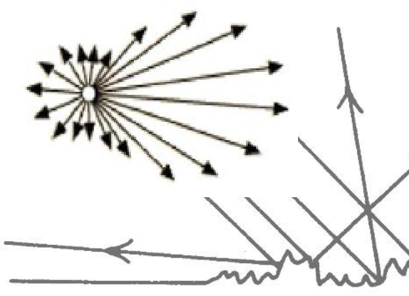
- **rozpraszanie Mie**

Zachodzi gdy wielkość cząsteczek, na których zachodzi rozproszenie jest porównywalna z długością fali elektromagnetycznej

Najsilniejsze jest w kierunku zgodnym z falą padającą

Nie zależy od długości fali

Rozproszenie przede wszystkim na pyłkach, dymie, zanieczyszczeniach i parze



Światło a materia - rozpraszanie

- **rozpraszanie nieselekcyjne**

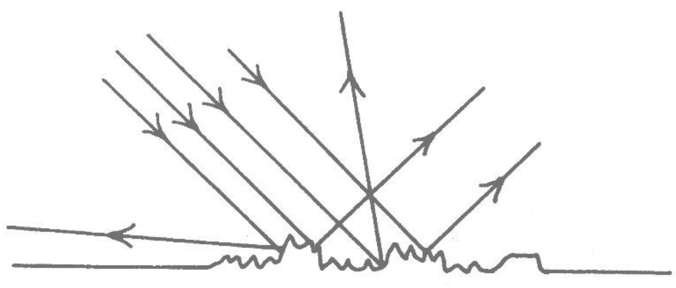
Zachodzi gdy wielkość cząsteczek, na których zachodzi rozproszenie jest dużo większa od długości fali elektromagnetycznej.

Rozproszenie przede wszystkim na kroplach wody i dużych cząsteczkach zanieczyszczeń

Rozproszenie nie selektywne jest przyczyną tego, że chmury i mgła są białe.

Ponieważ wszystkie długości światła widzialnego rozpraszane są w podobny sposób

rozpraszanie na szorstkiej powierzchni



Światło a materia - absorpcja

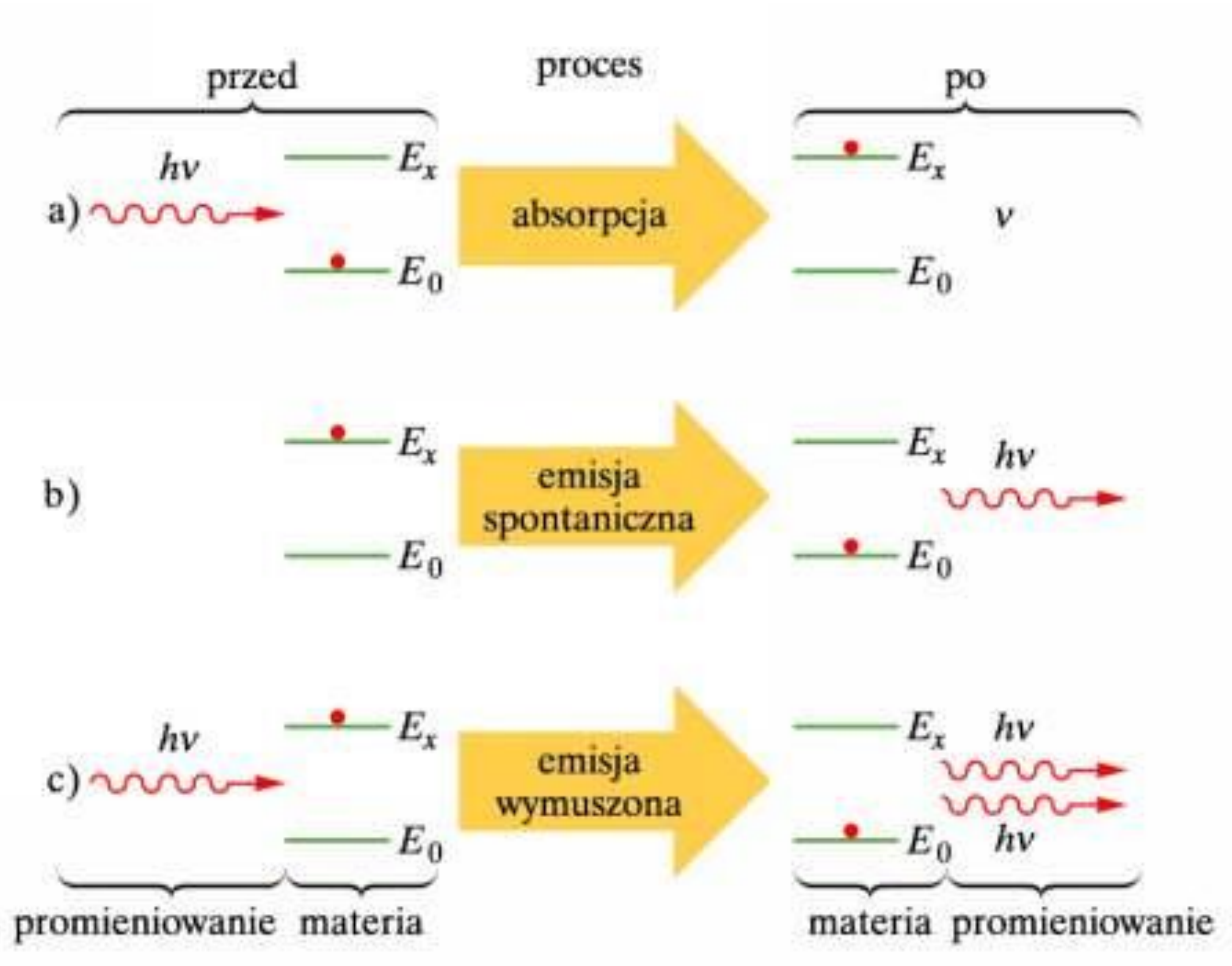
Absorpcja (pochłanianie) fali elektromagnetycznej w ośrodku

Cząsteczki gazów, zanieczyszczeń i wody w atmosferze wpływają na energię fali elektromagnetycznej. Jeżeli zachodzi osłabienie mocy promieniowania przy zachowaniu kierunku rozchodzenia fali mówimy o absorpcji.

Mechanizm: foton o energii $E = h\nu$ może oddziaływać z elektronem walencyjnym w atomie lub molekule wewnątrz ośrodka materialnego.

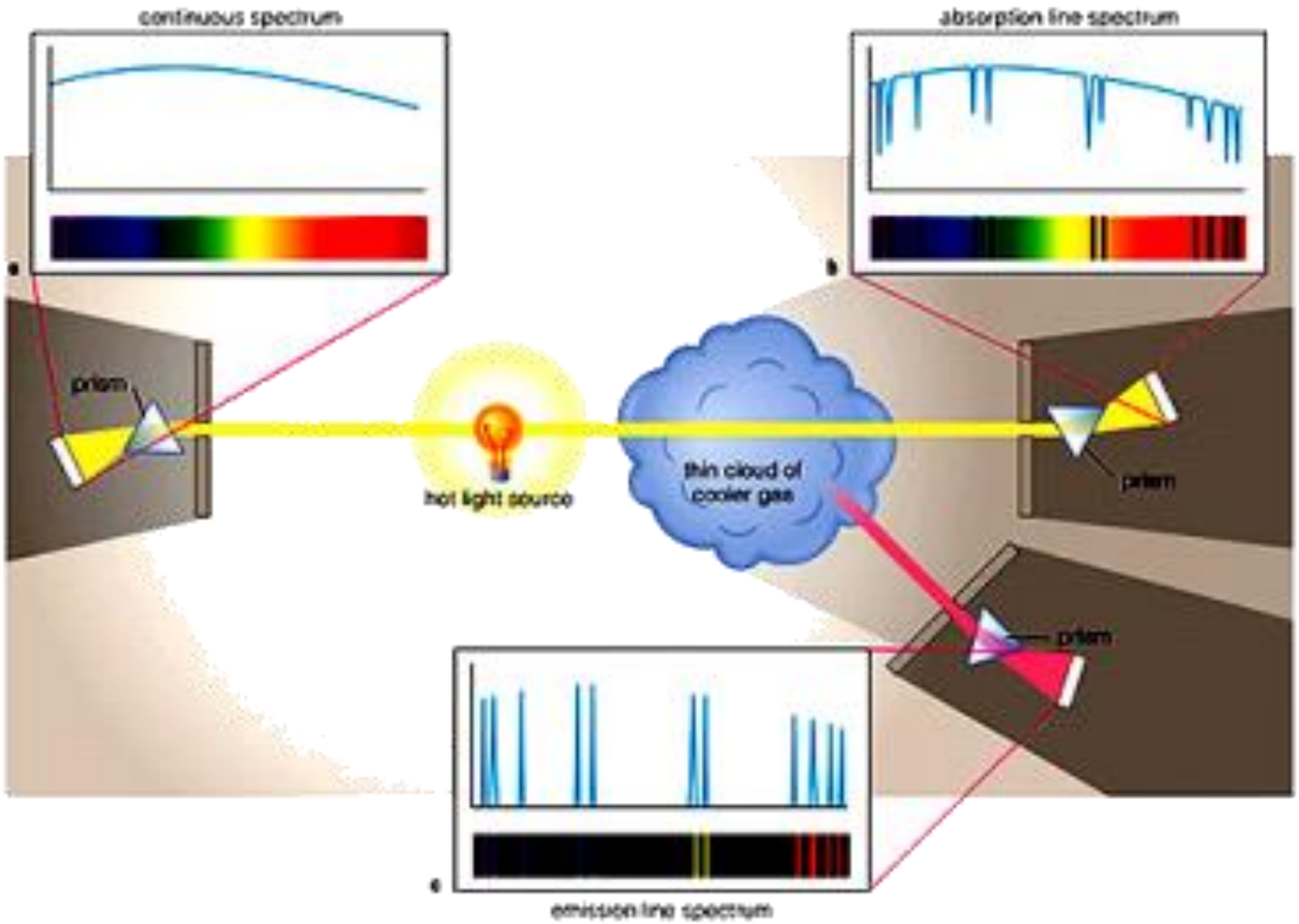
- Jeżeli energia fotonu jest równa różnicy energii pomiędzy dowolnym stanem wzbudzonym elektronu a stanem podstawowym, wówczas foton zostanie pochłonięty.
- Gdy energia fotonu „nie pasuje” do żadnej różnicy energii stanów, wówczas foton albo przechodzi przez ośrodek materialny bez przeszkód albo jest rozpraszany.
- W wyniku absorpcji fotonu atom lub molekuła przechodzi w stan wzbudzony o wyższej energii.
- Wzbudzone atomy lub molekuły wracają do stanu podstawowego emitując jednocześnie foton o takiej samej lub mniejszej energii.

Światło a materia - pochłanianie



Światło a materia - pochłanianie

Przykład: widmo emisyjne & widmo absorpcyjne



www.daviddarling.info

Światło a materia - pochłanianie

Przykład: absorpcja światła w wodzie

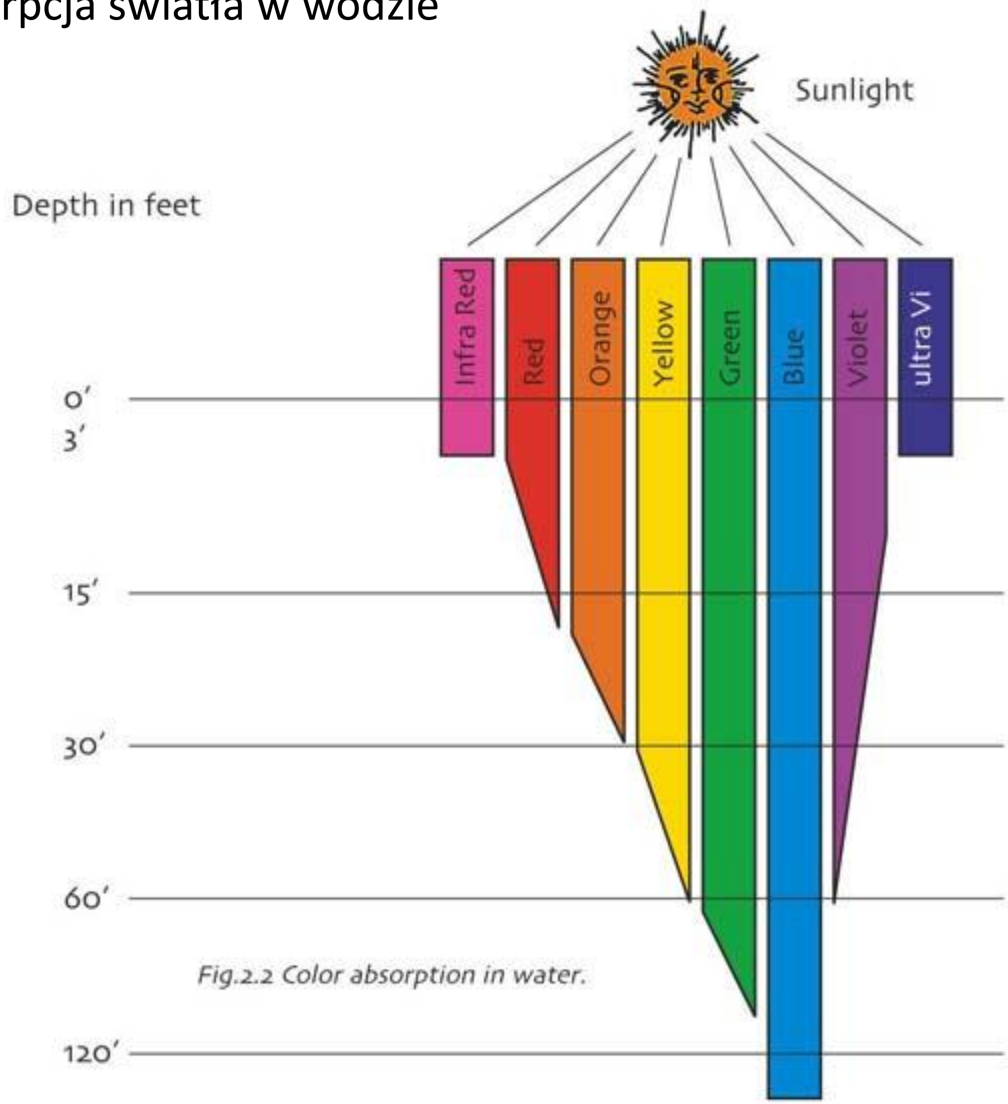


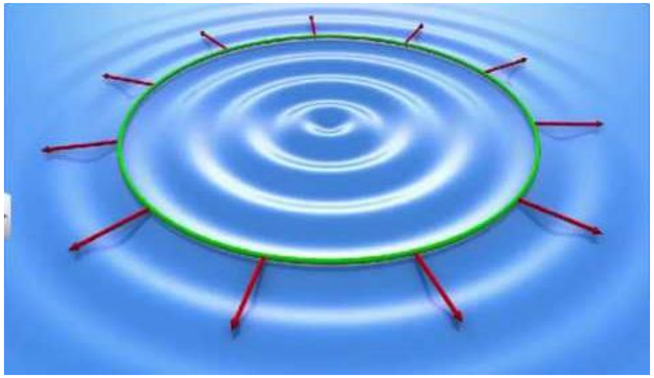
Fig.2.2 Color absorption in water.

www.johneasley.com

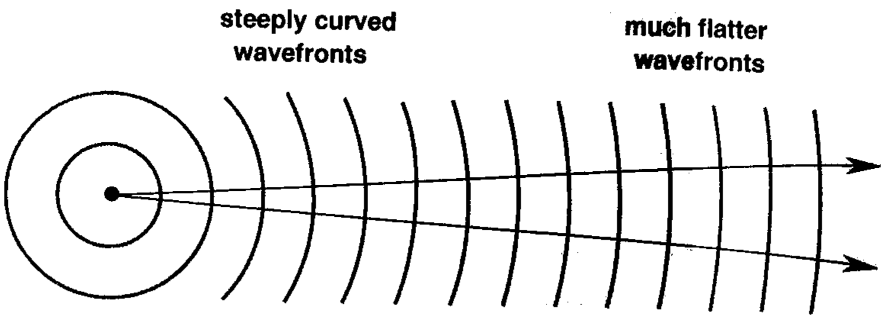
Propagacja światła

Zasada Huygensa

- Każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali można uważać za źródło nowej fali kulistej.



CBSE Class 12 Physics, Wave Optics – 1

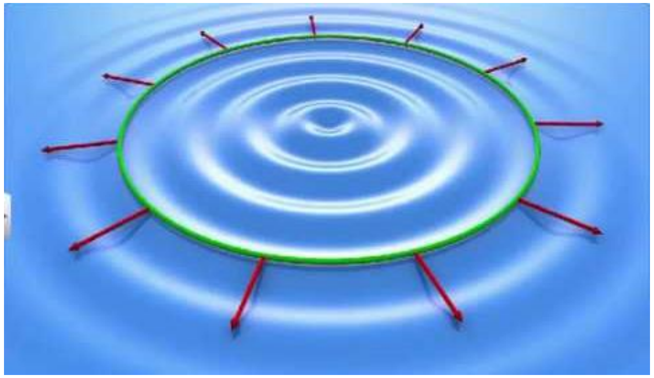


www.slideshare.net

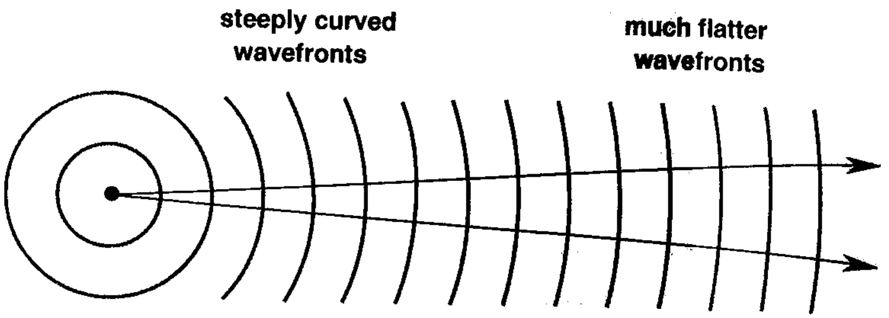
Propagacja światła

Zasada Huygensa

- Każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali można uważać za źródło nowej fali kulistej.

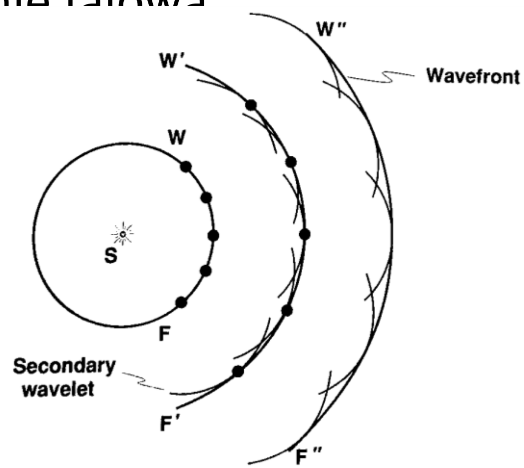


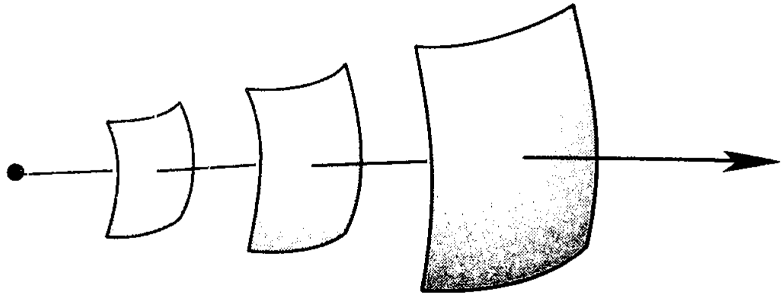
CBSE Class 12 Physics, Wave Optics – 1



www.slideshare.net

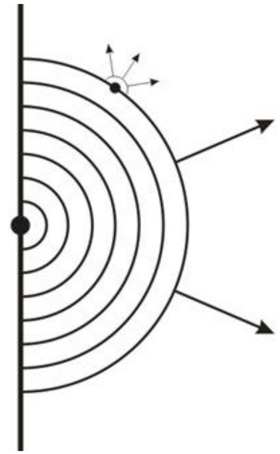
- Fale te (fale cząstkowe) interferują ze sobą, tworząc wypadkową powierzchnię falową

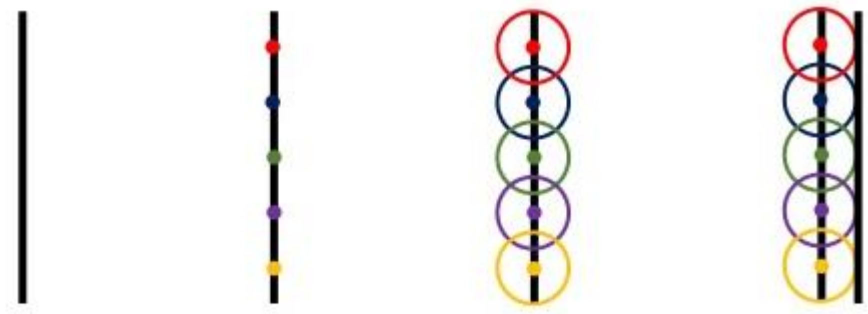




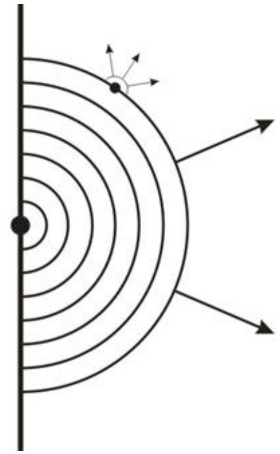
Propagacja światła

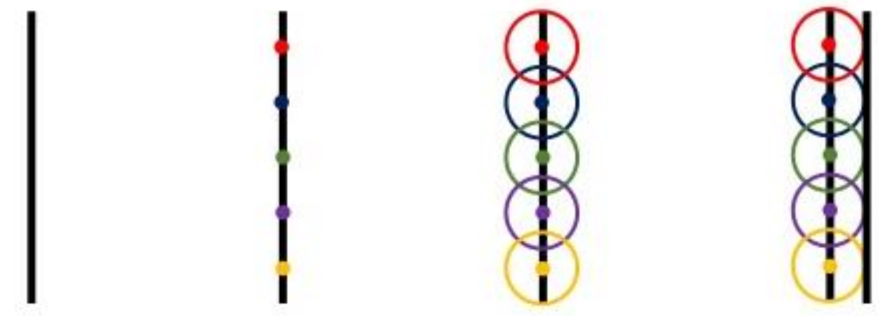
Zasada Huygensa

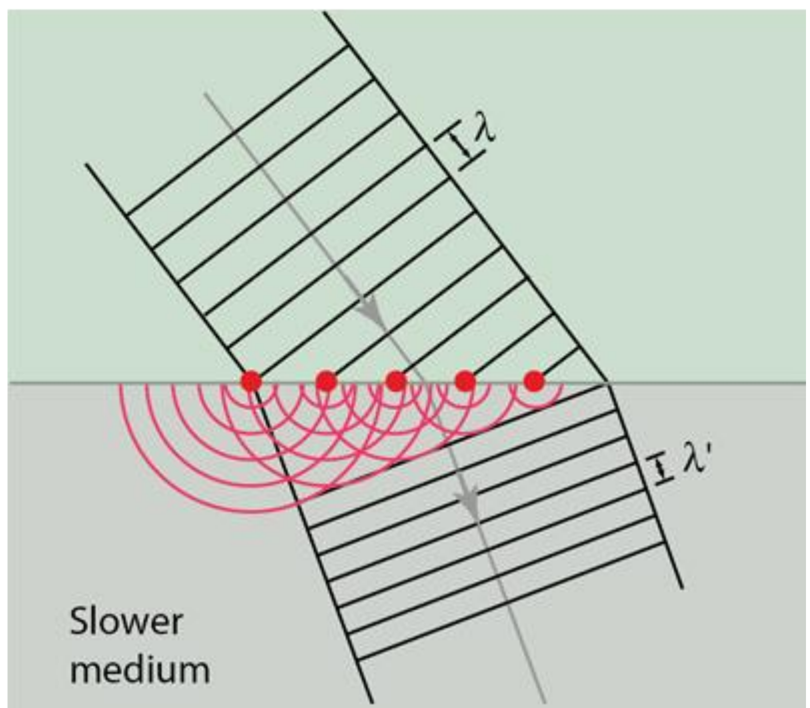




Zasada Huygensa



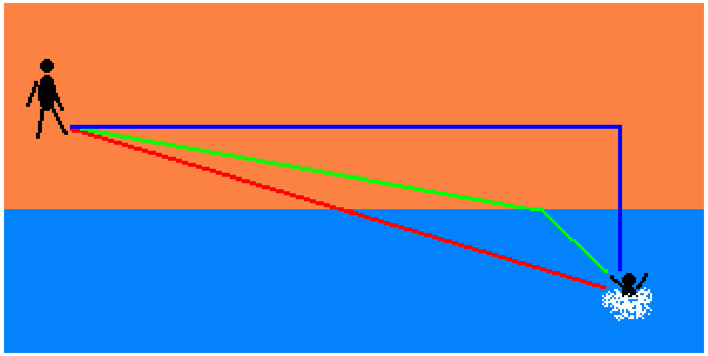




hyperphysics.phy-astr.gsu.edu

Propagacja światła

Zasada Fermata



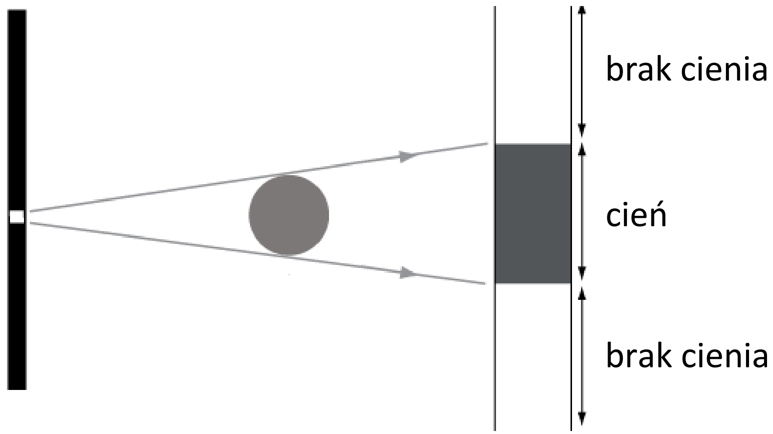
www.quora.com

Promień świetlny poruszając się między dwoma punktami przebywa najkrótszą możliwie drogę optyczną, czyli taką, na której przebycie potrzebuje minimalnego czasu.

Propagacja światła

Powstawanie cienia

punktowe źródło światła

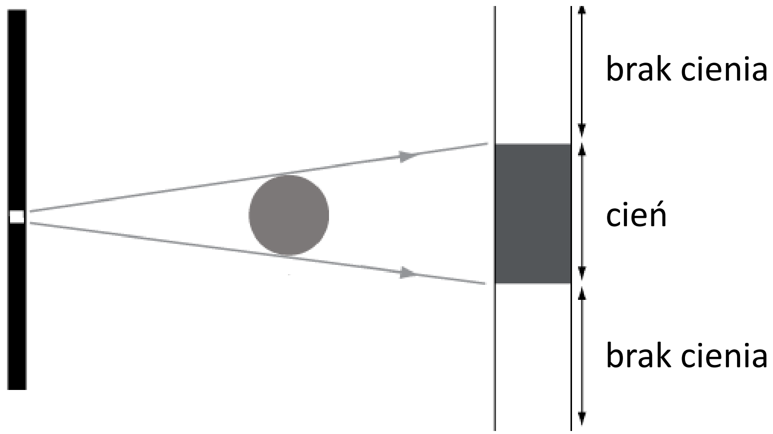


www.animations.physics.unsw.edu.au

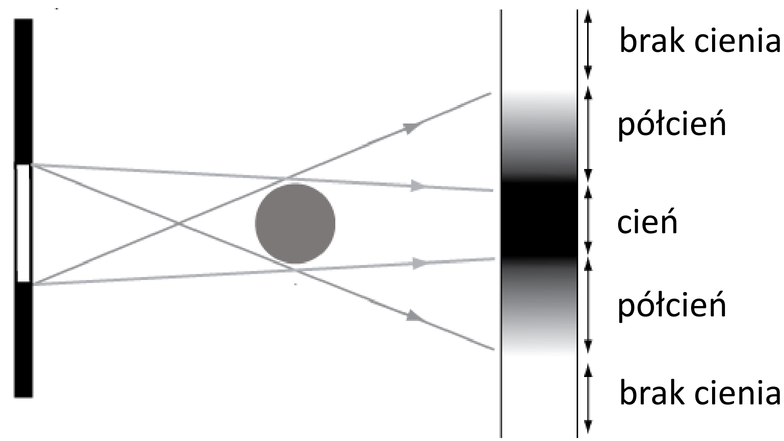
Propagacja światła

Powstawanie cienia

punktowe źródło światła

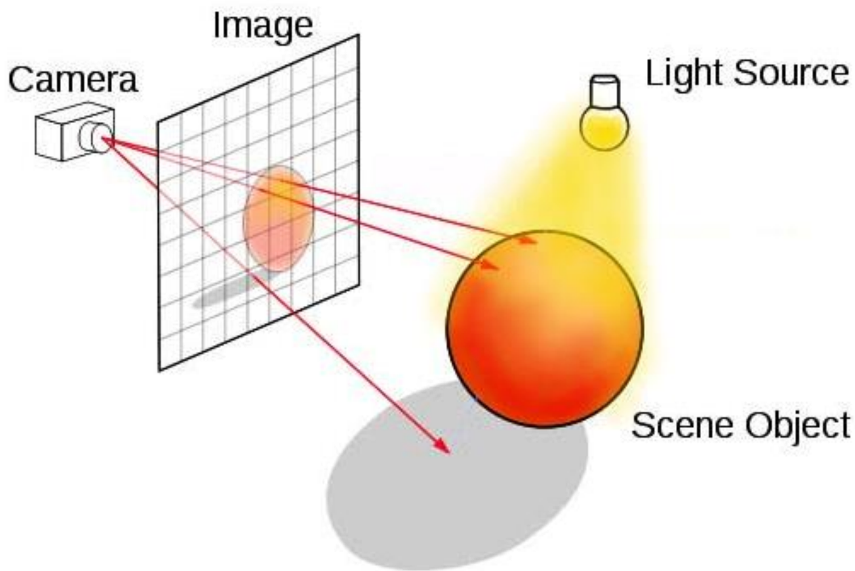


rozciągłe źródło światła

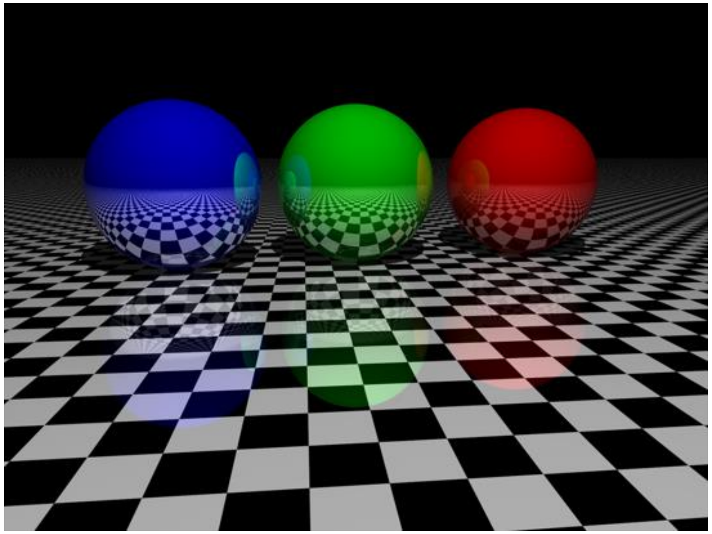


www.animations.physics.unsw.edu.au

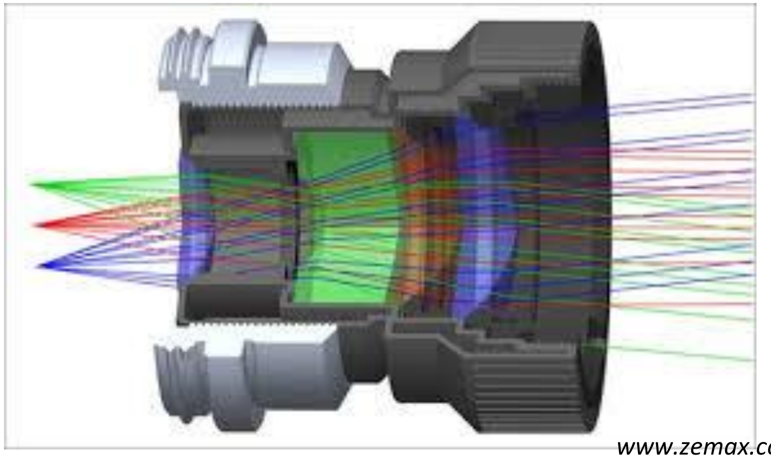
Optyka promieni – ray tracing



sites.google.com/site/tiffanycinglis/fun-stuff/cs-girls-ray-tracing-workshop



pl.wikipedia.org



www.zemax.com

Propagacja światła

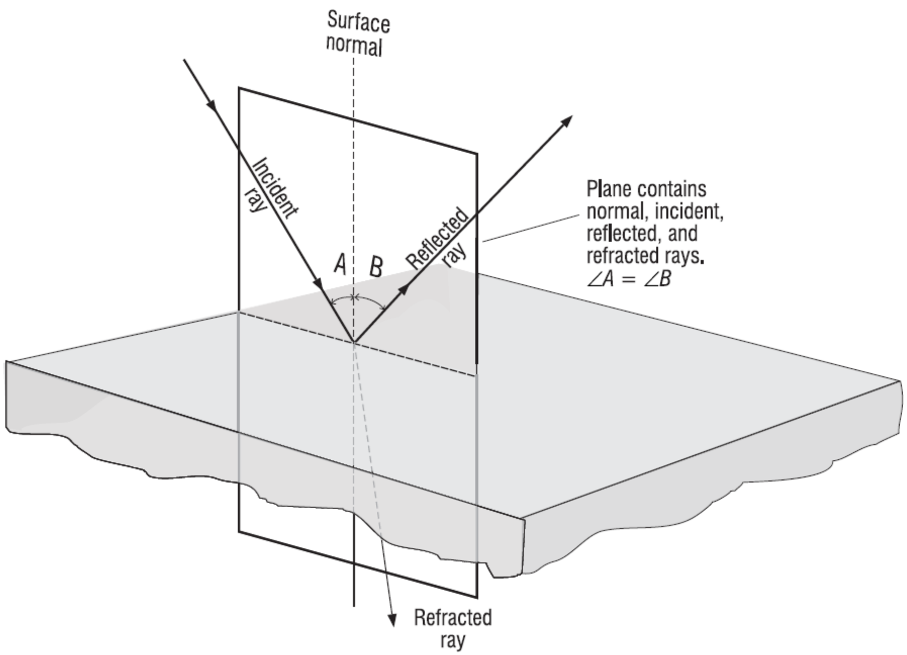
Optyka promieni

- Promień — linia wskazująca kierunek rozchodzenia się energii promieniowania, prostopadła do *powierzchni falowej*
- Wiele zjawisk optycznych nie wymaga analizy światła jako fali elektromagnetycznej i do ich opisu wystarcza operowanie pojęciem promienia świetlnego, który jest odbijany lub załamywany na różnych powierzchniach
- W optyce geometrycznej zwykle zaniedbujemy zjawiska pochłaniania fali
- Zakładamy, że długość fali e-m jest bardzo mała w porównaniu z rozmiarami elementów tworzących analizowany układ optyczny
- Wiązka światła jest obiektem rzeczywistym. Analiza propagacji wiązki polega na analizie biegu promieni ją tworzących
- Pęk promieni — wiązka promieni wychodząca (przechodząca) z jednego punktu
- Droga optyczna $L = n \cdot \text{droga geometryczna}$

$$L = \int n \, ds$$ równanie eikonału

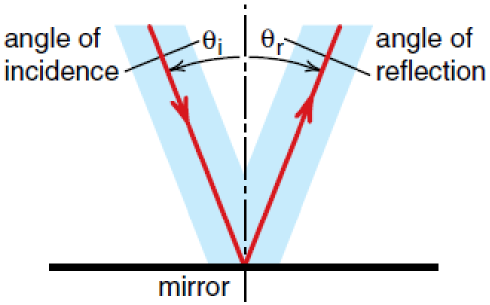
Załamanie i odbicie światła

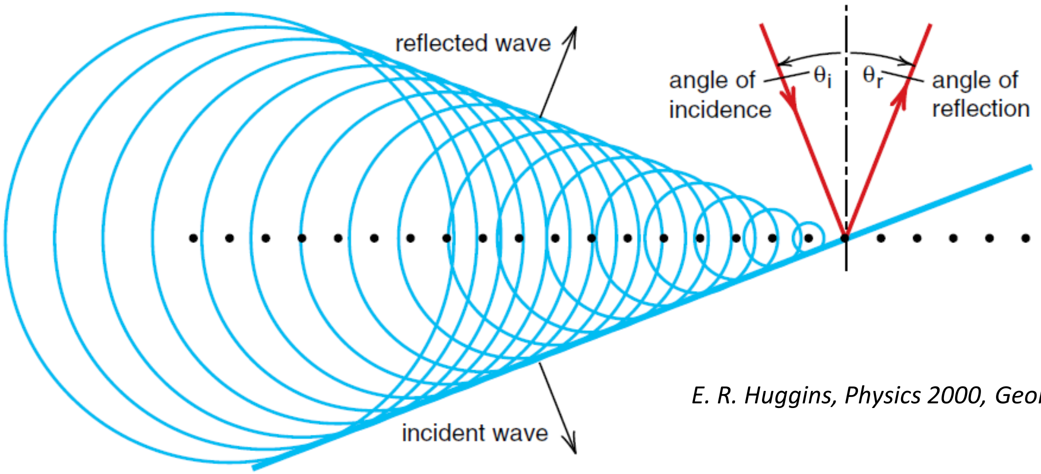
Promień padający i promień odbity/załamany leżą w jednej płaszczyźnie



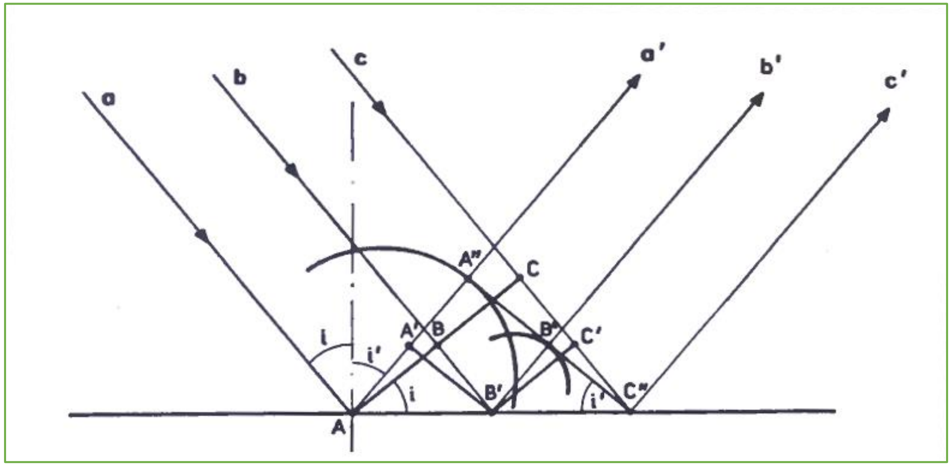
L.S. Pedrotti, *Fundamentals of Photonics*

Odbicie światła – z zasady Huygensa





E. R. Huggins, Physics 2000, Geometrical Optics



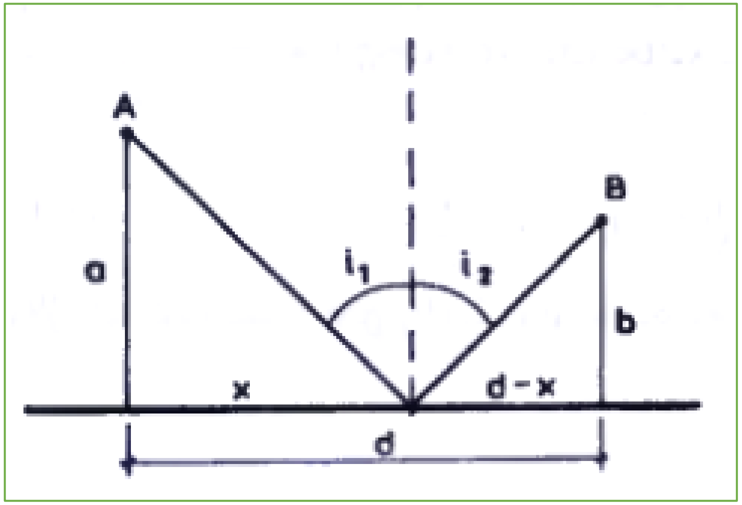
J. Nowak, M. Zając, Optyka kurs elementarny

$$i = \text{CAC''} = \text{AC''A''} = i'$$

Załamanie i odbicie światła

Odbicie światła – z zasady Fermata

Spośród wielu możliwych dróg, światło biegnie po takiej, aby czas poruszania się po niej był ekstremalny (zwykle najkrótszy)



J. Nowak, M. Zając, Optyka kurs elementarny

$$\delta L = \delta \int_A^B n\, ds = 0$$

$$L = n\left(\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2}\right)$$

$$\frac{dL}{dx} = n\left[\frac{1}{2\sqrt{a^2+x^2}}2x + \frac{1}{2\sqrt{b^2+(d-x)^2}}2(d-x)(-1)\right] = 0$$

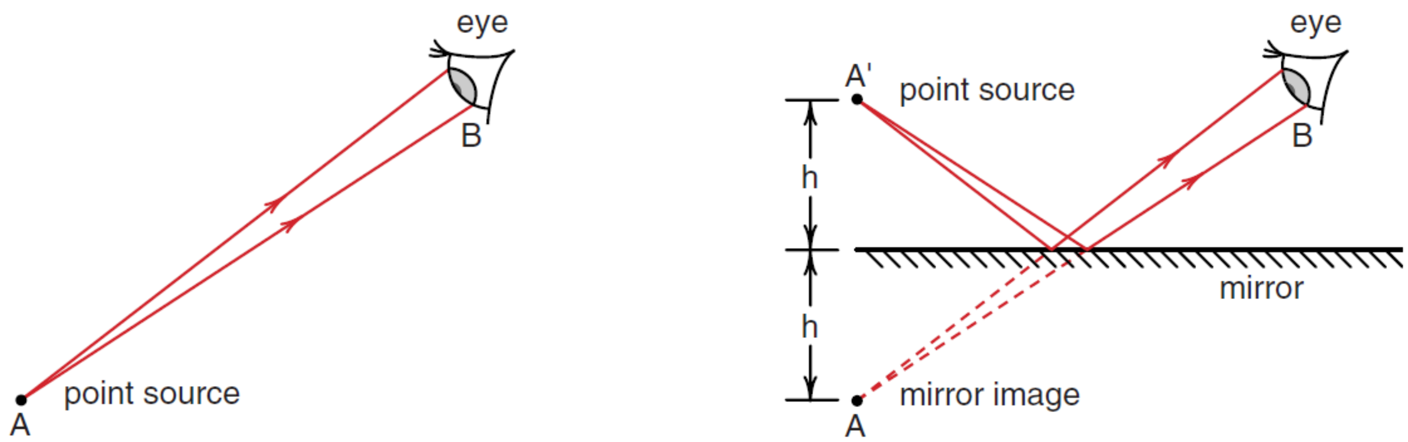
$$\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}$$

$$\sin(i_1) = \sin(i_2)$$

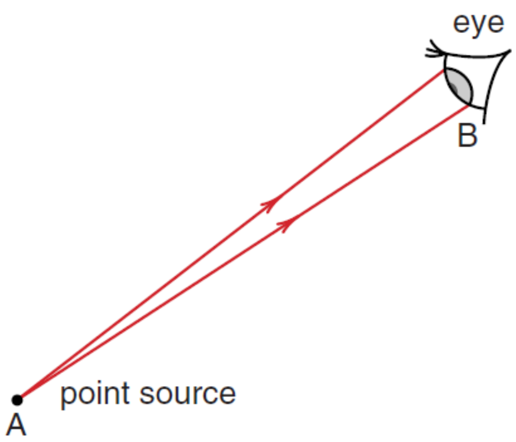
$$i_1 = i_2$$

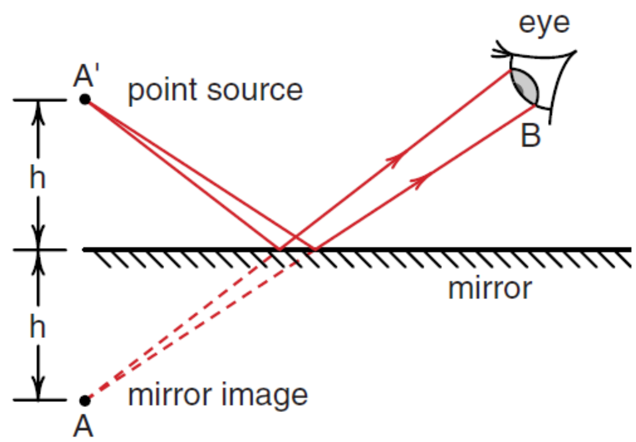
Załamanie i odbicie światła

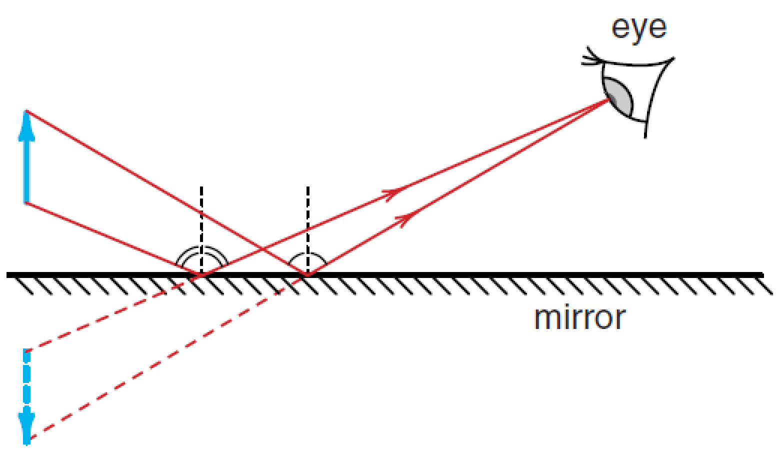
Odbicie światła



Odbicie światła







góra-dół

Załamanie i odbicie światła

Odbicie światła

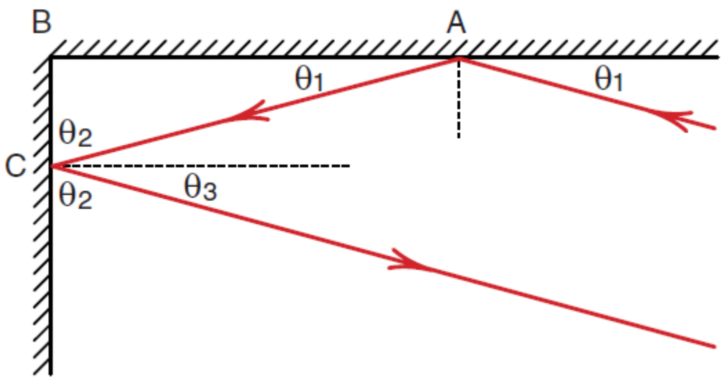
góra – dół

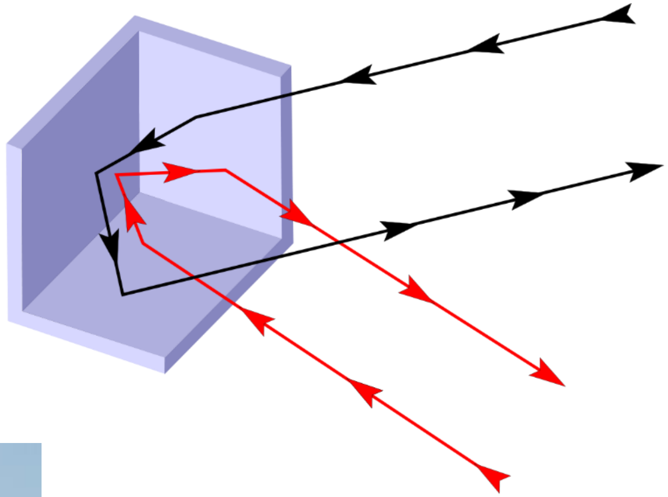
lewo – prawo

przód – tył

Załamanie i odbicie światła

Odbicie światła – corner reflector

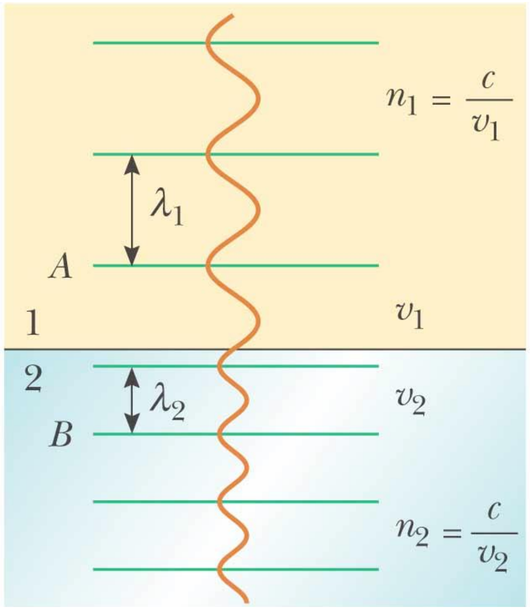




en.wikipedia.org/wiki/Corner_reflector

Załamanie i odbicie światła

Światło na granicy ośrodków

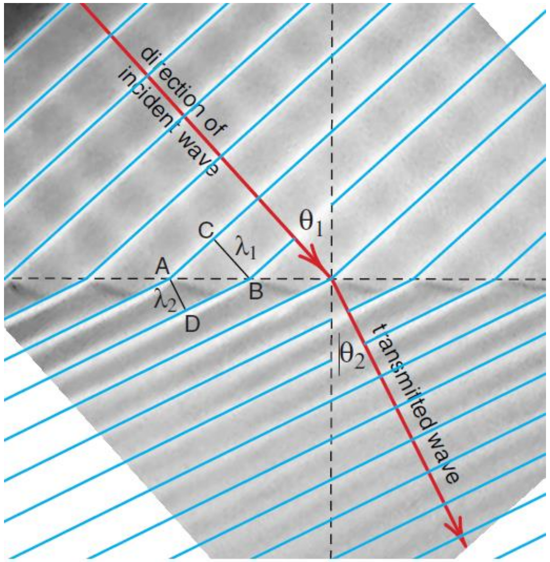


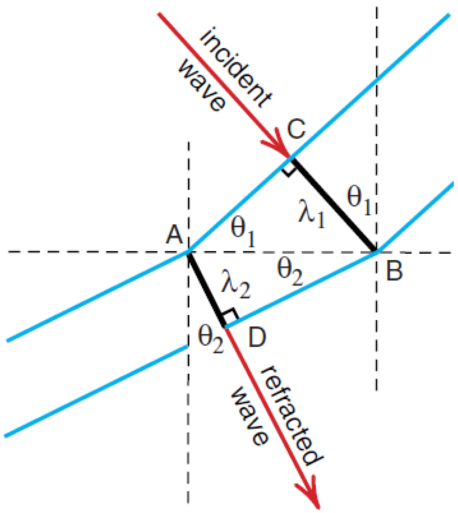
icecube.wisc.edu

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Załamanie i odbicie światła

Załamania światła – z zasady Huygensa





$$\lambda_1 = \overline{AB}\sin(\theta_1) = \frac{\lambda_0}{n_1}$$

$$\lambda_2 = \overline{AB}\sin(\theta_2) = \frac{\lambda_0}{n_2}$$

Prawo Snella

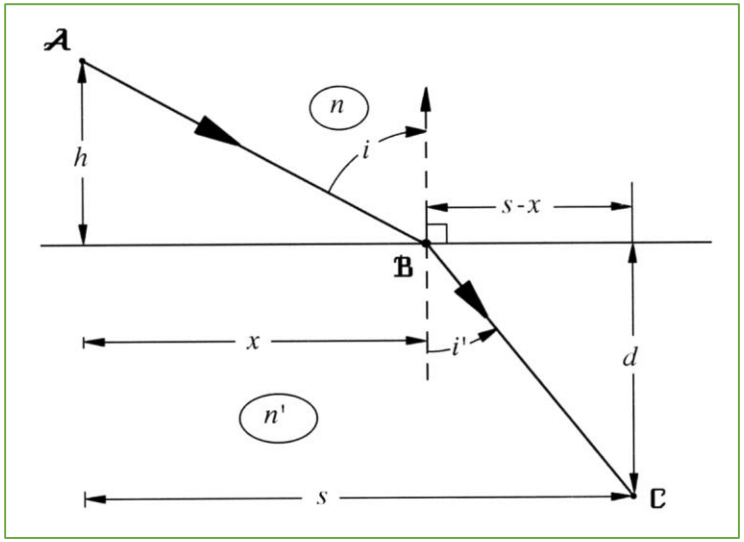
$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1\sin(\theta_1) = n_2\ \sin(\theta_2)$$

E. R. Huggins, Physics 2000, Geometrical Optics

Załamanie i odbicie światła

Załamanie światła – z zasady Fermata



J. Nowak, M. Zając, Optyka kurs elementarny

$$S = vt \quad \rightarrow \quad t = \frac{S}{v}$$

$$t = \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{d^2 + (s-x)^2}}{v'}$$

$$t = \frac{n\sqrt{h^2 + x^2} + n'\sqrt{d^2 + (s-x)^2}}{c}$$

$$dt/dx = 0$$

$$\frac{nx}{\sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{n'(s-x)}{\sqrt{d^2 + (s-x)^2}} = 0$$

$$\sin(i) = \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}}; \quad \sin(i') = \frac{(s-x)}{\sqrt{d^2 + (s-x)^2}}$$

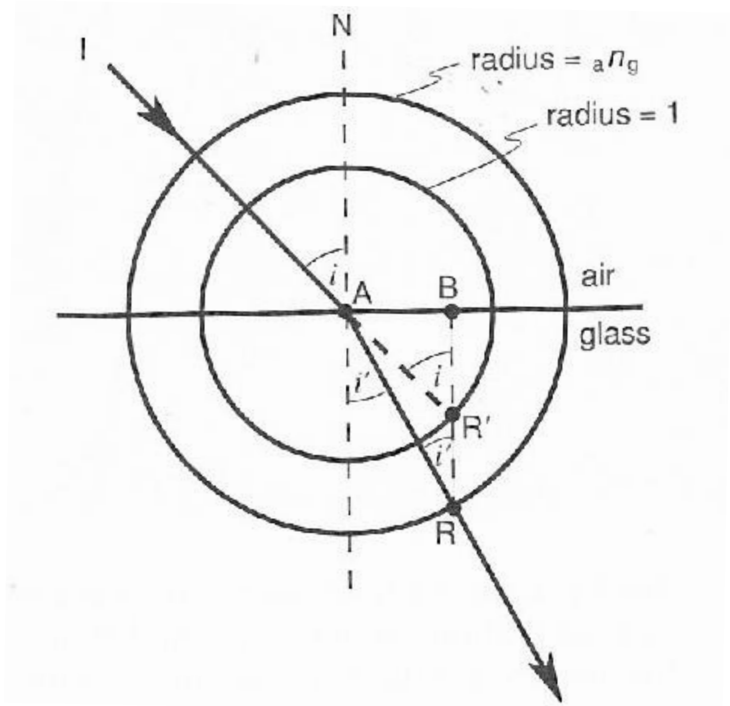
Prawo Snella

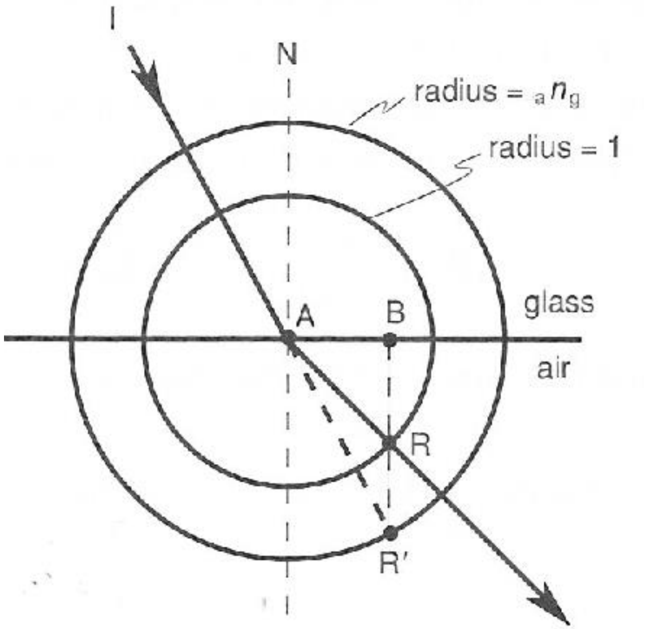
$$\frac{\sin(i)}{\sin(i')} = \frac{n'}{n}$$

$$n \sin(i) = n' \ \sin(i')$$

Załamanie i odbicie światła

Załamanie światła – metoda Younga





Prawo Snella

$$\frac{\sin(i)}{\sin(i')} = \frac{AB/AR'}{AB/AR} = \frac{AR}{AR'} = \frac{n_g}{1} = n_g$$

Załamanie i odbicie światła

Optyka geometryczna - aksjomaty

- Światło w ośrodku jednorodnym propaguje się po liniach prostych – promieniach
- Bezwzględny współczynnik załamania $n = \frac{c}{v}$, gdzie *v* – prędkość światła w danym ośrodku
- Gdy promień przechodzi z ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania n_1 do ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania n_2 *to ulega załamaniu:*
    - Promień padający i promień załamany leżą w jednej płaszczyźnie
    - Spełnione jest prawo Snella: $n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$
- Przy odbiciu obowiązuje prawo odbicia:
    - Promień padający i promień odbity leżą w jednej płaszczyźnie
    - Kąt odbicia równy jest kątowi padania: $\alpha = \beta$

Załamanie i odbicie światła

Optyka geometryczna - aksjomaty

- Światło w ośrodku jednorodnym propaguje się po liniach prostych – promieniach
- Bezwzględny współczynnik załamania $n = \frac{c}{v}$, gdzie v – prędkość światła w danym ośrodku
- Gdy promień przechodzi z ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania n_1 do ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania n_2 *to ulega załamaniu:*
  - Promień padający i promień załamany leżą w jednej płaszczyźnie
  - Spełnione jest prawo Snella: $n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$
- Przy odbiciu obowiązuje prawo odbicia:
  - Promień padający i promień odbity leżą w jednej płaszczyźnie
  - Kąt odbicia równy jest kątowi padania: $\alpha = \beta$

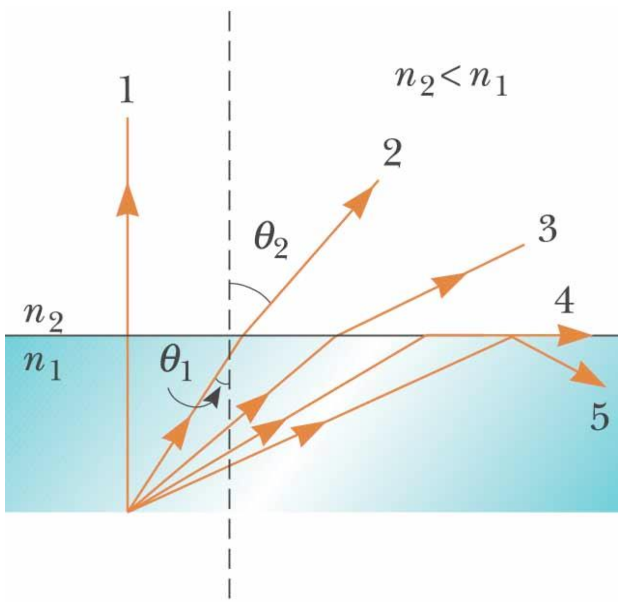
Optyka geometryczna – ograniczenia

- Brak zależności od długości fali – dyspersja
- Z promieniem nie jest związana moc światła – podział mocy na granicy ośrodków
- Nie wyjaśnia zjawisk dyfrakcji, interferencji, polaryzacji

Załamanie i odbicie światła

Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)

- Przy przechodzeniu światła z ośrodka o większym n_1 do ośrodka o mniejszym n_2, może nastąpić sytuacja, gdy kąt załamania jest równy lub większy niż 90^0, co znaczy, że światło nie może przedostać się przez granicę ośrodków.
- Zjawisko to nazywa się **całkowitym wewnętrznym odbiciem** i jest powszechne w przyrodzie oraz szeroko wykorzystywane w technice.
- TIR (ang. *Total Internal Reflection*)



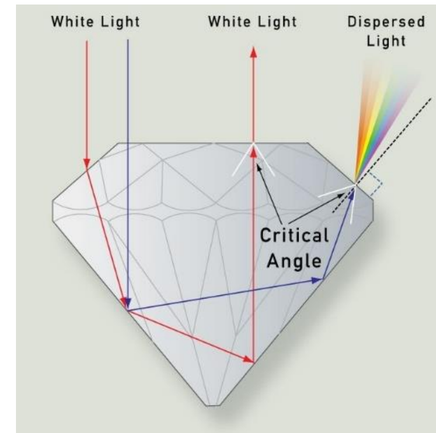
$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{n_1}{n_2}\sin(\theta_1) > 1$$

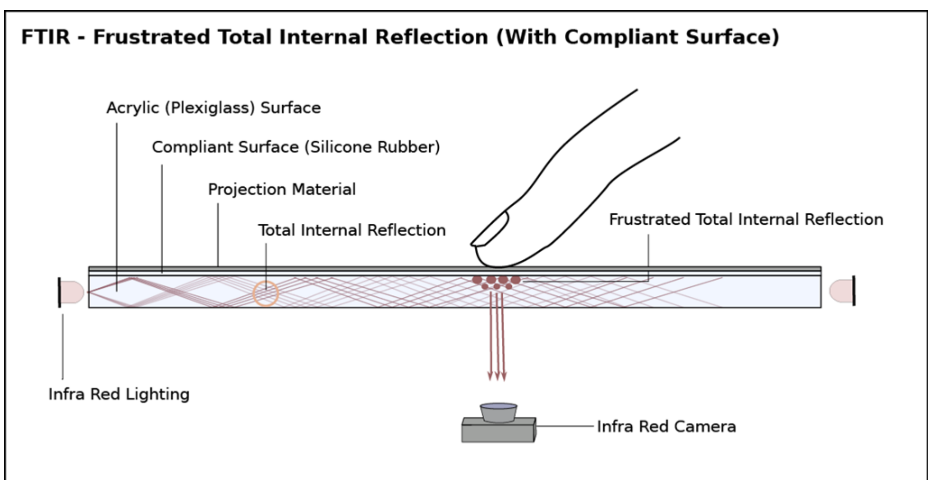
Promień 4 – kąt graniczny

Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)

blogs.cisco.com

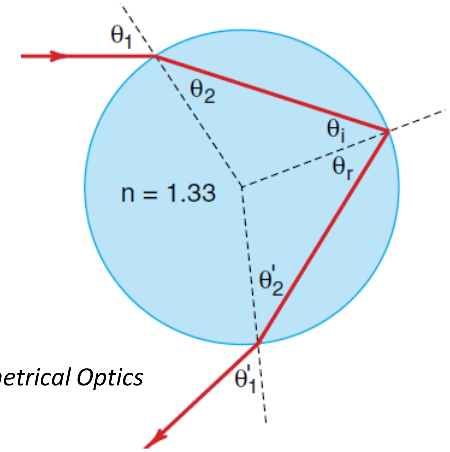


www.askiitians.com

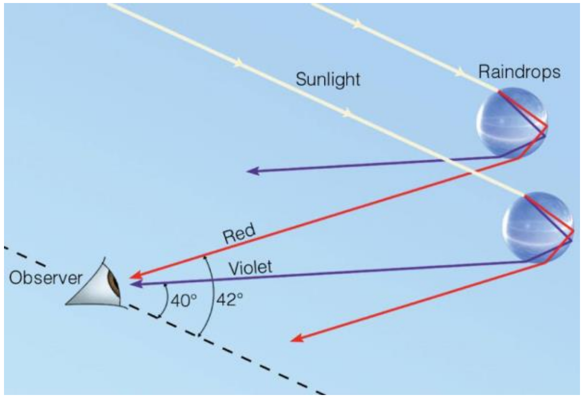


sethsandler.com

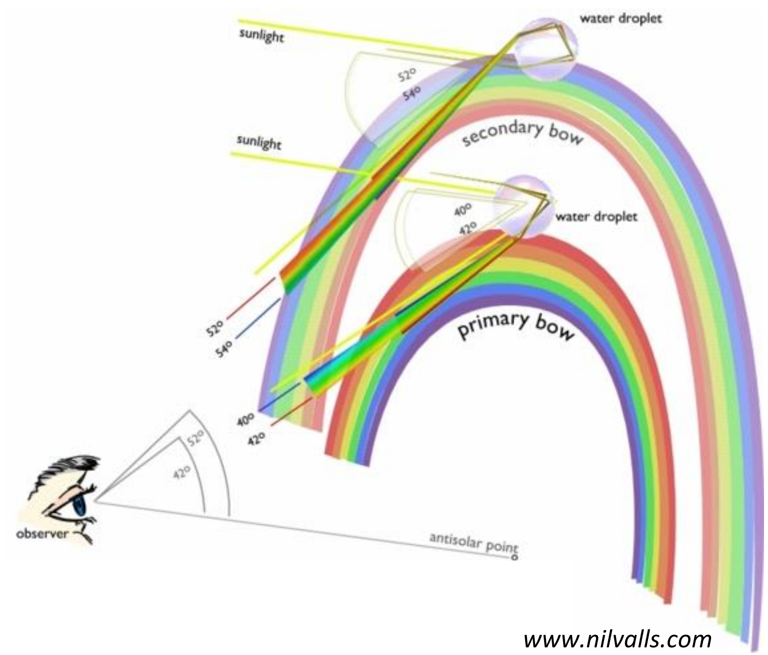
Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)



E. R. Huggins, Physics 2000, Geometrical Optics



esfsciencenew.wordpress.com

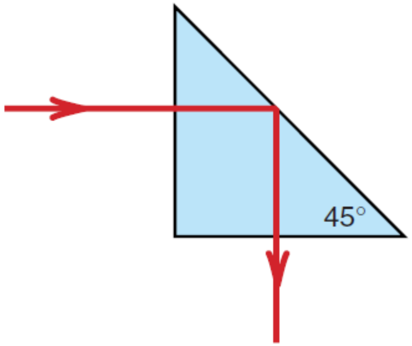


www.nilvalls.com

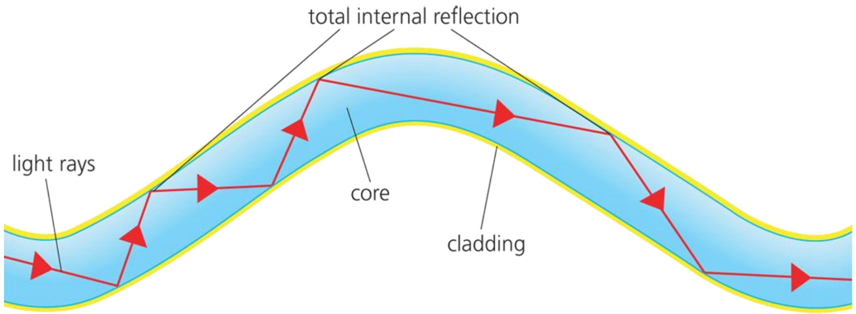
www.tapeciarnia.pl

Załamanie i odbicie światła

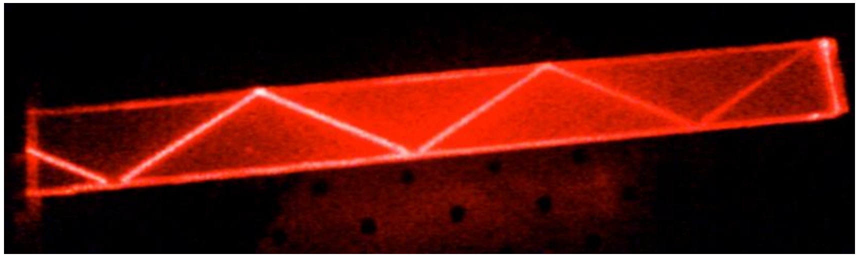
Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)



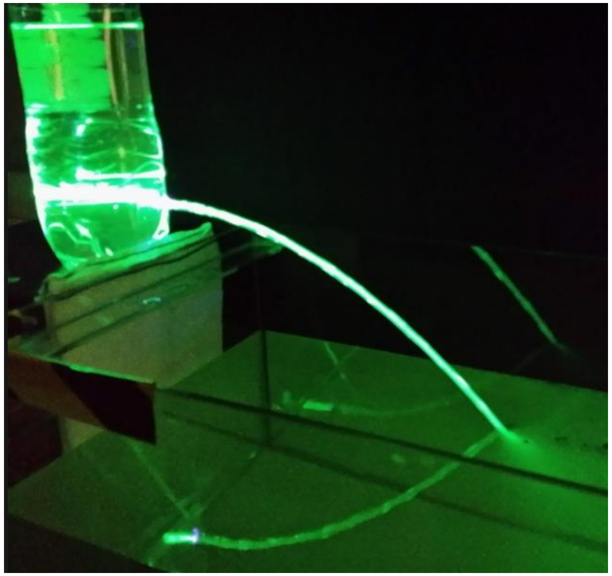
E. R. Huggins, Physics 2000, Geometrical Optics



connect.collins.co.uk



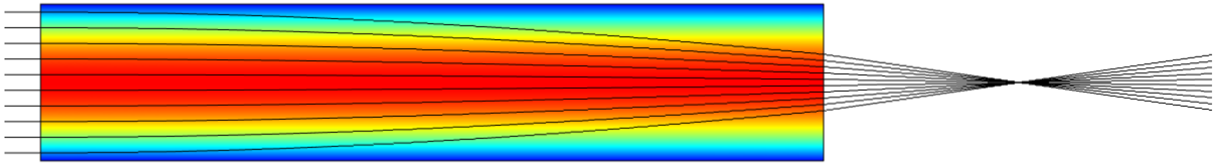
intl.siyavula.com

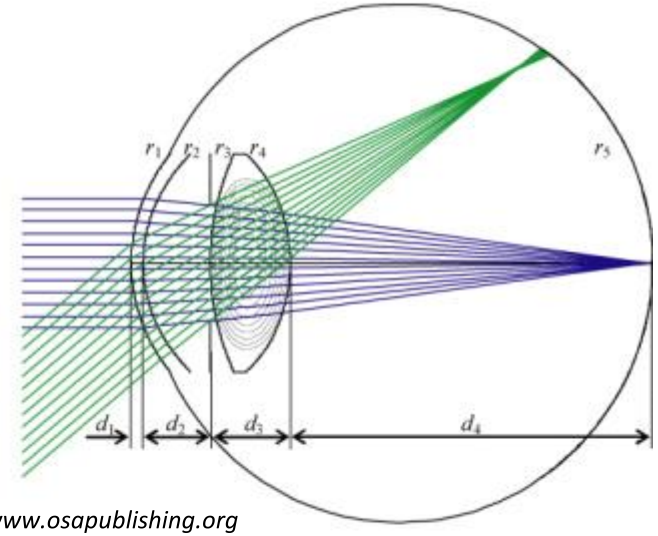


steemit.com

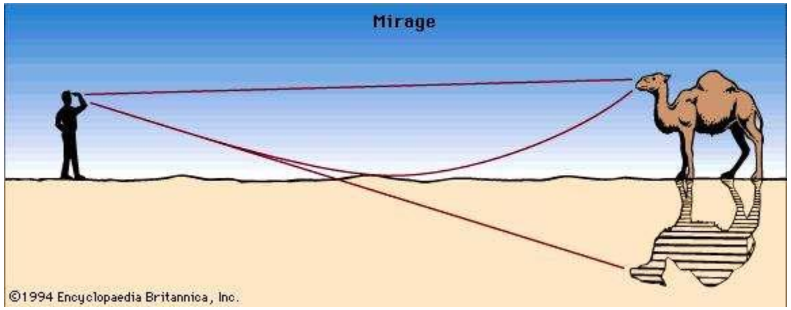
Propagacja światła w ośrodku niejednorodnym

GRIN – GRadient INdex optics





www.osapublishing.org

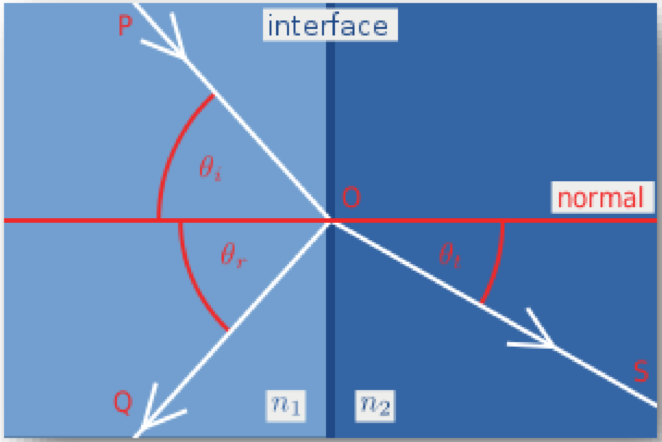


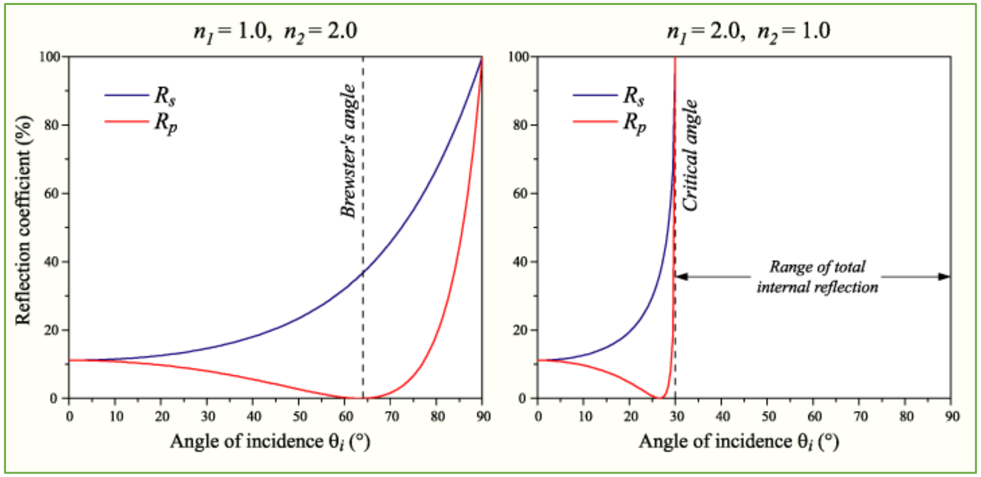
www.scienceabc.com

Załamanie i odbicie światła

Odbicie światła na granicy ośrodków – wzory Fresnela

- Wzory Fresnela wskazują, jaka część energii padającej fali światła jest odbita na granicy ośrodków o różnym współczynniku załamania.
- Współczynniki odbicia R_s i R_p zależą od polaryzacji światła.





$$R_s = \left[\frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)}\right]^2 = \left(\frac{n_1\cos\theta_i - n_2\cos\theta_t}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t}\right)^2 = \left[\frac{n_1\cos\theta_i - n_2\sqrt{1-\left(\frac{n1}{n2}\sin\theta_i\right)^2}}{n_1\cos\theta_i + n_2\sqrt{1-\left(\frac{n1}{n2}\sin\theta_i\right)^2}}\right]^2$$

$$R_p = \left[\frac{\tan(\theta_t - \theta_i)}{\tan(\theta_t + \theta_i)}\right]^2 = \left(\frac{n_1\cos\theta_t - n_2\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_t + n_2\cos\theta_i}\right)^2 = \left[\frac{n_1\sqrt{1-\left(\frac{n1}{n2}\sin\theta_i\right)^2} - n_2\cos\theta_i}{n_1\sqrt{1-\left(\frac{n1}{n2}\sin\theta_i\right)^2} + n_2\cos\theta_i}\right]^2$$

Załamanie i odbicie światła

Odbicie światła na granicy ośrodków – wzory Fresnela dla małych kątów

- Łatwo zauważyć, że dla małych kątów różnica współczynnika odbicia dla różnych polaryzacji staje się mała, czyli obie polaryzacje są odbijane niemal jednakowo.
- Im większa różnica współczynników załamania, tym większe odbicie.

$$R = \left[\frac{(n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)}\right]^2$$

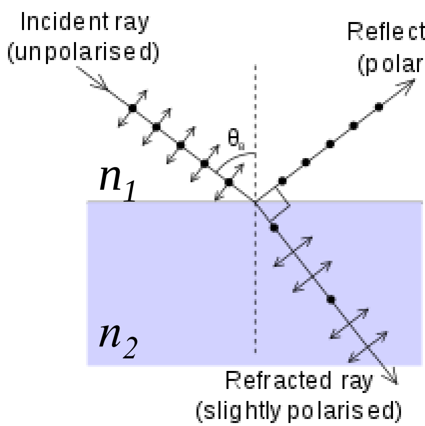
$$\left.\begin{aligned} n_1 &= 1.0 \\ n_2 &= 1.5 \end{aligned}\right\} \rightarrow R = 0{,}04$$

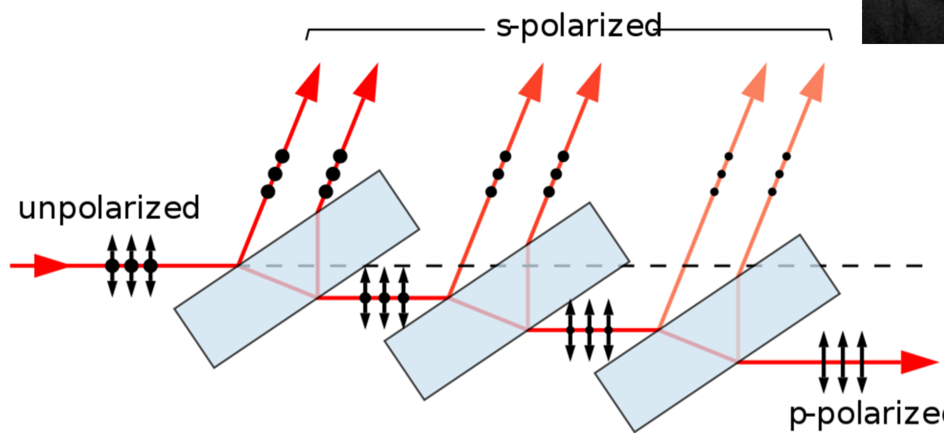
$$\left.\begin{aligned} n_1 &= 1.0 \\ n_2 &= 1.9 \end{aligned}\right\} \rightarrow R = 0{,}096 \approx 10\%$$

Załamanie i odbicie światła

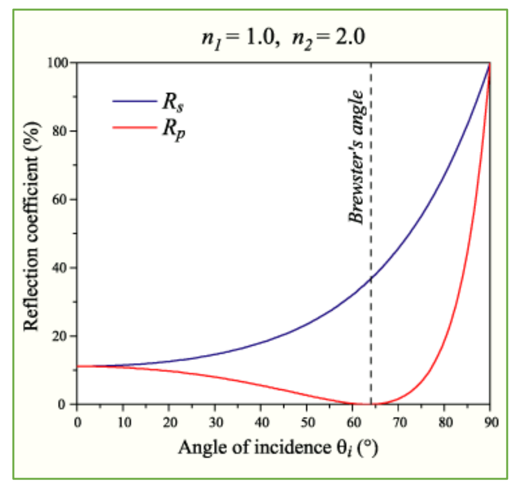
Odbicie światła na granicy ośrodków – kąt Brewstera

Kat pomiędzy promieniem odbitym i załamanym wynosi =2π





$$tg\theta = \frac{n_2}{n_1}$$

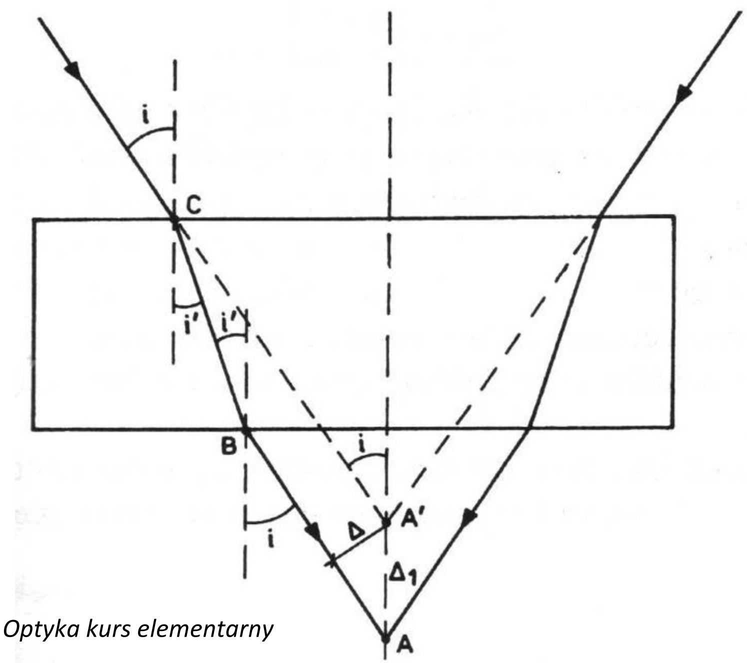


commons.wikimedia.org

Płytka płasko-równoległa

Płytka płasko-równoległa:

- najprostszy element optyczny
- wprowadza przesunięcie promienia światła Δ, bez zmiany kierunku propagacji
- Przesunięcie Δ zależy od współczynnika załamania materiału, z którego jest wykonana płytka
- Dla światła polichromatycznego następuje dodatkowo rozszczepienie światła, spowodowane dyspersją



J. Nowak, M. Zając, Optyka kurs elementarny

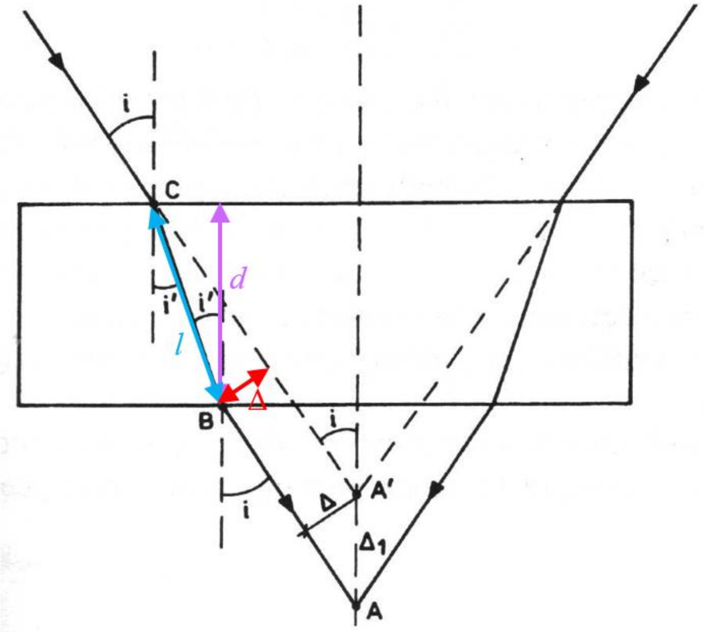
$$\Delta = d \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right)$$

$$\Delta_1 = d\left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right)$$

Dla małych i: $\boxed{\Delta_1 \approx d\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$

Podniesienie obrazu

Płytka płasko-równoległa



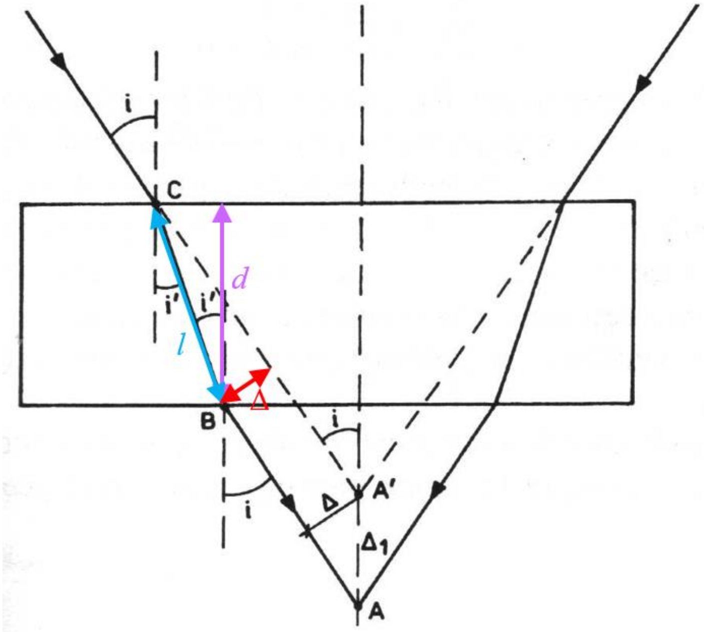
$i \equiv \alpha$

$i' \equiv \beta$

z prawa załamania:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

Płytka płasko-równoległa



$$i \equiv \alpha$$

$$i' \equiv \beta$$

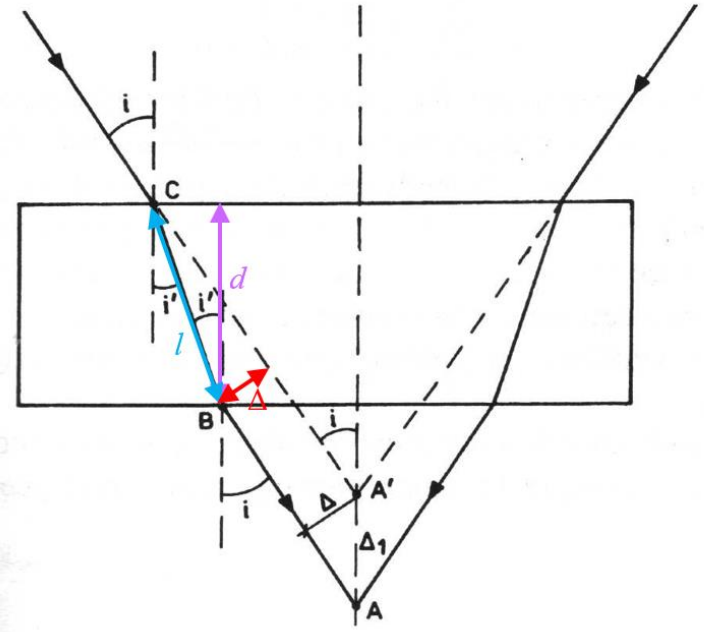
z prawa załamania:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

z „jedynki trygonometrycznej”:

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2}-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

Płytka płasko-równoległa



$i \equiv \alpha$

$i' \equiv \beta$

z prawa załamania:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

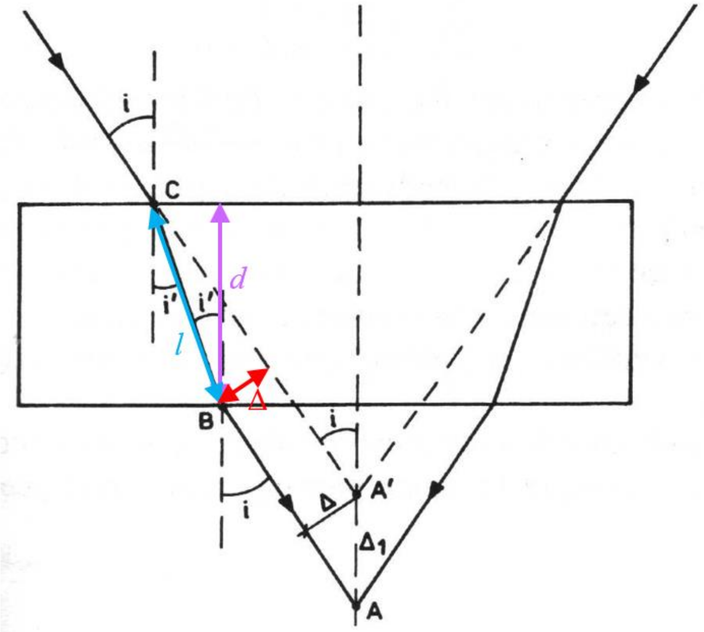
z „jedynki trygonometrycznej”:

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2}-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

z trójkątów:

$$\frac{d}{l} = \cos\beta \Rightarrow l = \frac{d}{\cos\beta}$$

Płytka płasko-równoległa



$i \equiv \alpha$

$i' \equiv \beta$

z prawa załamania:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

z „jedynki trygonometrycznej”:

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2}-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

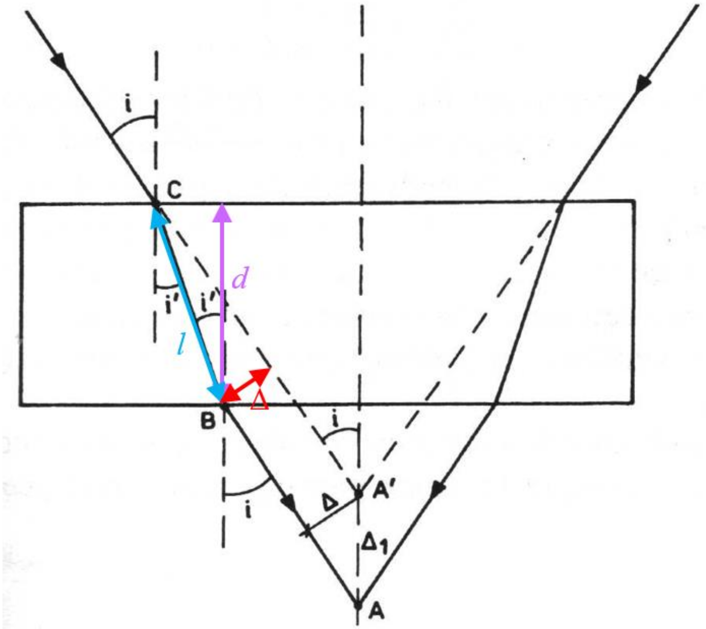
z trójkątów:

$$\frac{d}{l} = \cos\beta \Rightarrow l = \frac{d}{\cos\beta}$$

$$\frac{\Delta}{l} = \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta}(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta)$$

Płytka płasko-równoległa



$i \equiv \alpha$

$i' \equiv \beta$

z prawa załamania:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

z „jedynki trygonometrycznej”:

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2}-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

z trójkątów:

$$\frac{d}{l} = \cos\beta \Rightarrow l = \frac{d}{\cos\beta}$$

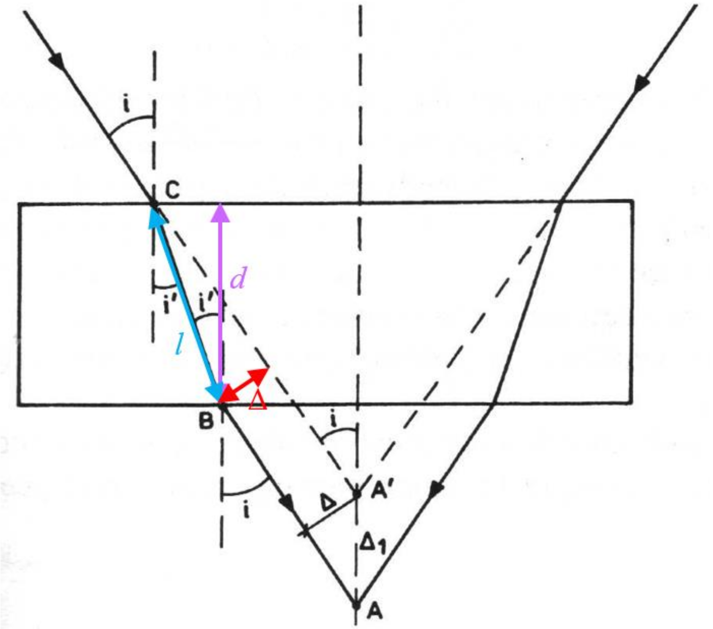
$$\frac{\Delta}{l} = \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta}(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta)$$

$$\Delta = d\sin\alpha - \frac{d\cos\alpha\sin\beta}{\cos\beta} = d\sin\alpha - \frac{d\cos\alpha\frac{\sin\alpha}{n}}{\frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} = d\sin\alpha\left(1-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)$$

PRZESUNIĘCIE

Płytka płasko-równoległa



$$i \equiv \alpha$$

$$i' \equiv \beta$$

z prawa załamania:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

z „jedynki trygonometrycznej”:

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2}-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

z trójkątów:

$$\frac{d}{l} = \cos\beta \Rightarrow l = \frac{d}{\cos\beta}$$

$$\frac{\Delta}{l} = \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta}(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta)$$

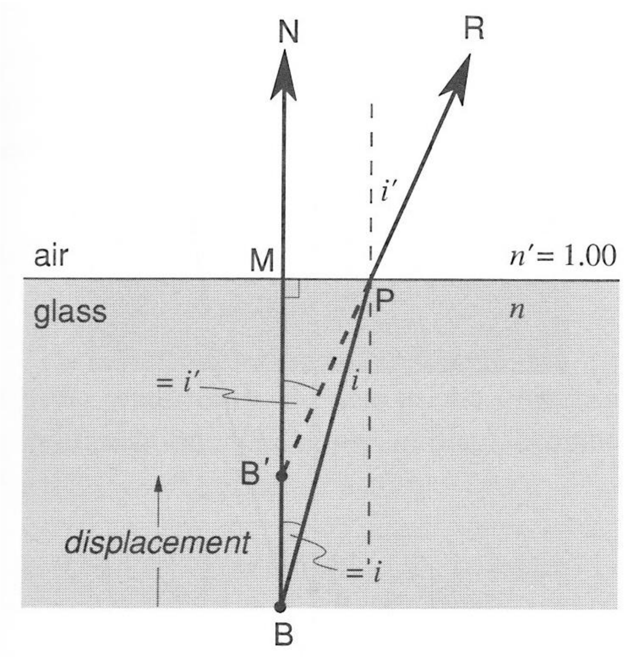
$$\Delta = d\sin\alpha - \frac{d\cos\alpha\sin\beta}{\cos\beta} = d\sin\alpha - \frac{d\cos\alpha\frac{\sin\alpha}{n}}{\frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} = d\sin\alpha\left(1-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)$$

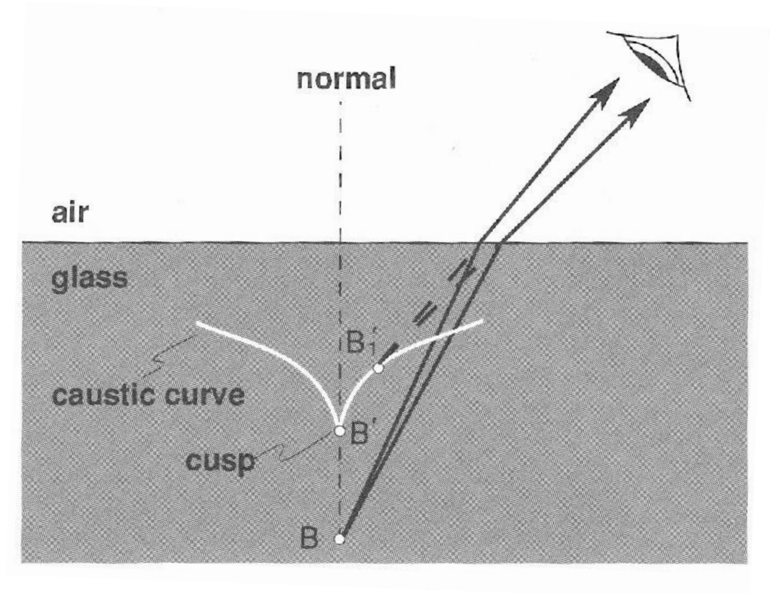
PRZESUNIĘCIE

$$\frac{\Delta}{\Delta_1} = \sin\alpha \Rightarrow \Delta_1 = \frac{\Delta}{\sin\alpha} \Rightarrow \Delta_1 = d\left(1-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right) \xrightarrow{\alpha\to 0} d\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

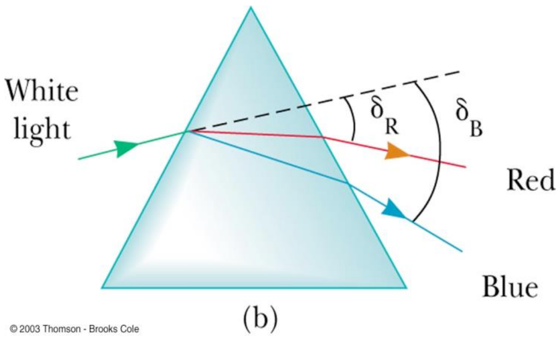
PODNIESIENIE

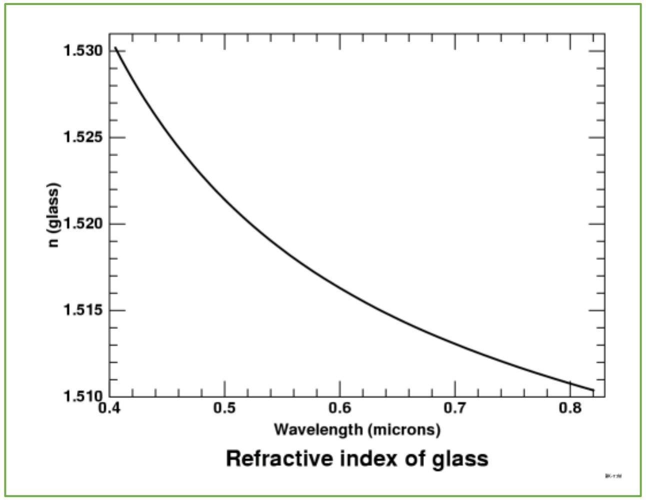
Płytka płasko-równoległa





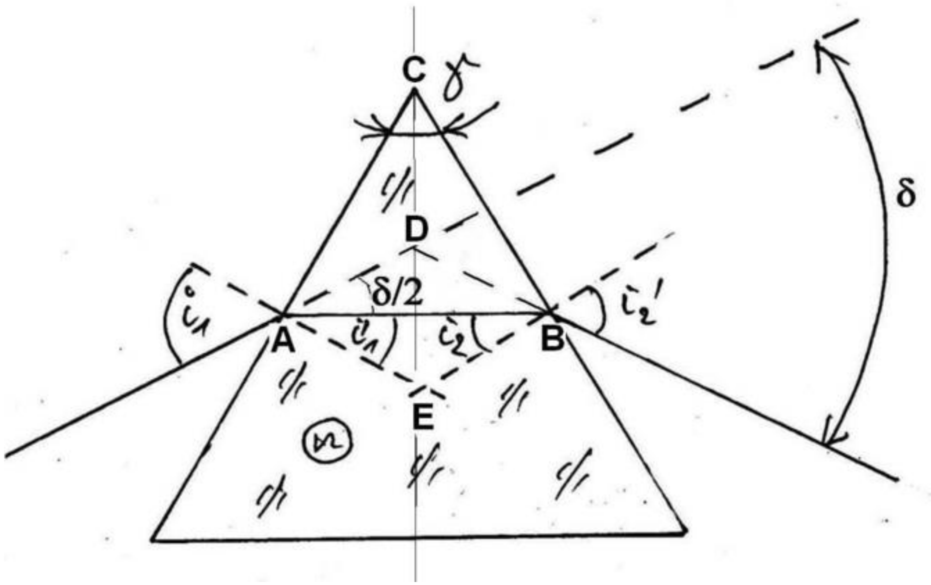
Pryzmat





- Pryzmat – ośrodek ograniczony dwiema nierównoległymi płaszczyznami.
- Krawędź łamiąca – prosta powstała z przecięcia obu płaszczyzn.
- Kąt łamiący – kąt między płaszczyznami.

Pryzmat



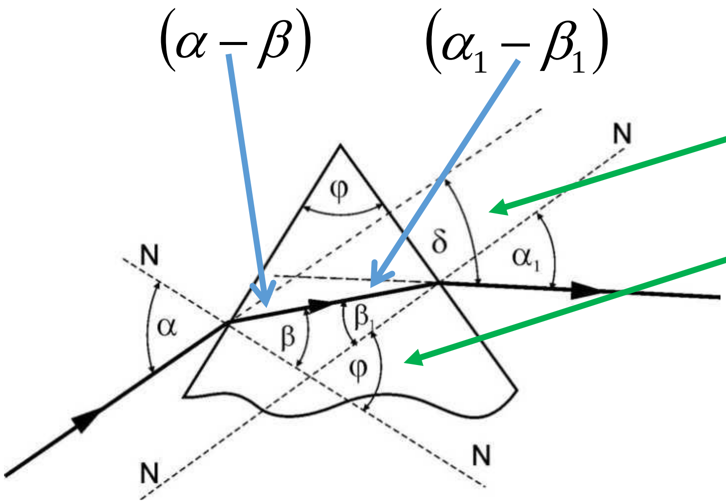
Odchylenie promienia δ jest najmniejsze, gdy światło biegnie przez pryzmat symetrycznie

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)}$$

Klin – gdy mały kąt łamiący

$$\delta_k = (n-1)\gamma$$

Pryzmat

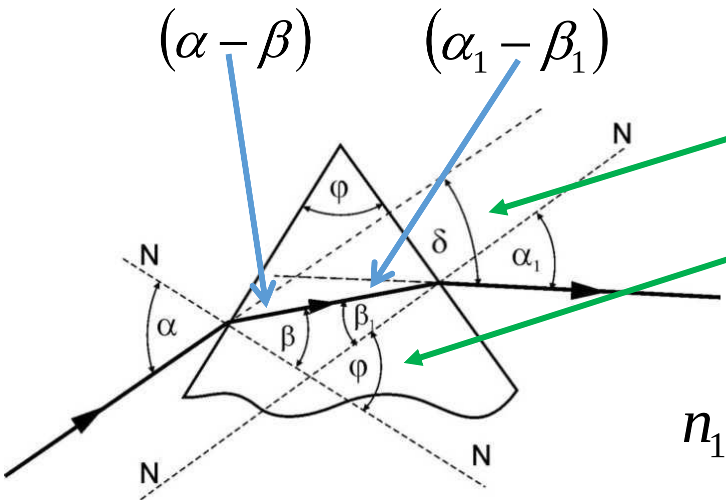


z trójkątów:

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha_1 - \beta_1)$$

$$\varphi = \beta + \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = \varphi - \beta$$

Pryzmat



z trójkątów:

$$\delta=(\alpha-\beta)+(\alpha_1-\beta_1)$$

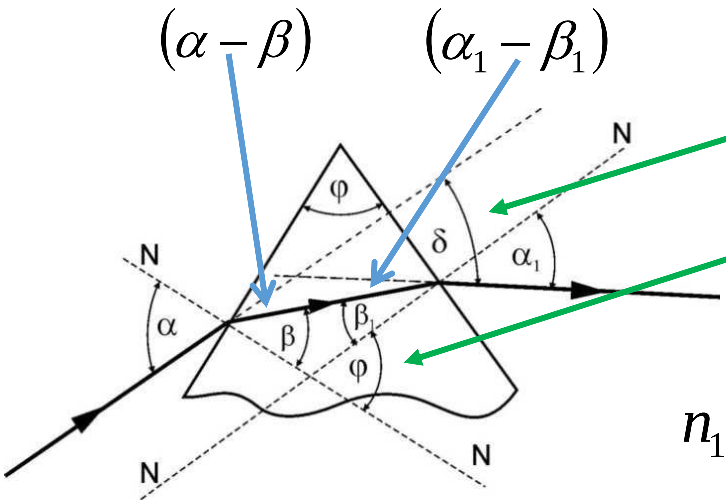
$$\varphi=\beta+\beta_1 \Rightarrow \beta_1=\varphi-\beta$$

z prawa Snella:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha\right)$$

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\beta_1 \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\sin\beta_1\right)$$

Pryzmat



z trójkątów:

$$\delta = (\alpha-\beta)+(\alpha_1-\beta_1)$$

$$\varphi = \beta+\beta_1 \Rightarrow \beta_1 = \varphi-\beta$$

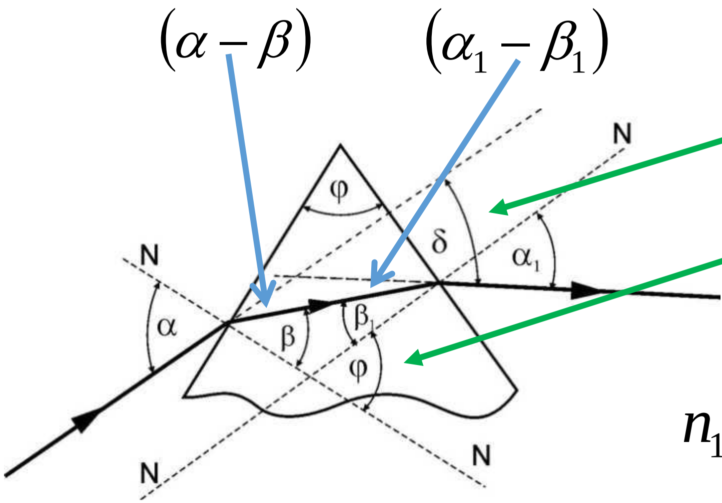
z prawa Snella:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha\right)$$

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\beta_1 \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\sin\beta_1\right)$$

$$\delta = \left(\alpha-\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha\right)\right)+\left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\sin\left(\varphi-\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha\right)\right)\right)-\left(\varphi-\arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha\right)\right)\right)$$

Pryzmat



z trójkątów:

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha_1 - \beta_1)$$

$$\varphi = \beta + \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = \varphi - \beta$$

z prawa Snella:

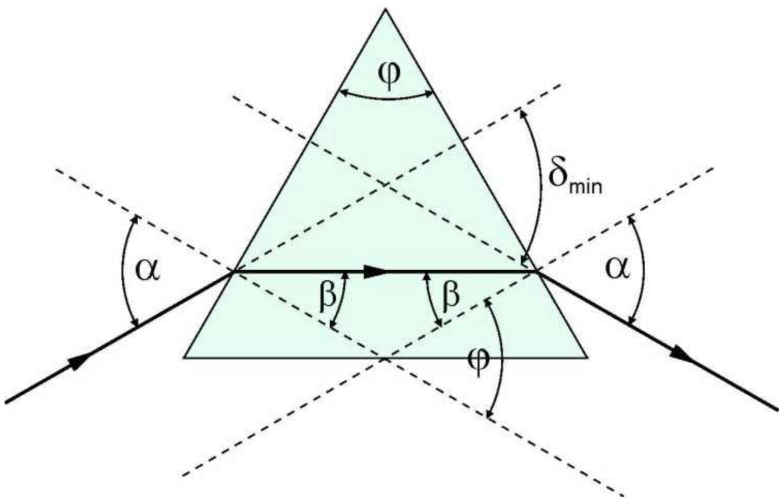
$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \beta_1 \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \beta_1\right)$$

$$\delta = \left(\alpha - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)\right) + \left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin\left(\varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)\right)\right) - \left(\varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)\right)\right)$$

$$\delta = (\alpha - \varphi) + \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin\left(\varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)\right)\right)$$

Pryzmat



Przypadek symetryczny:

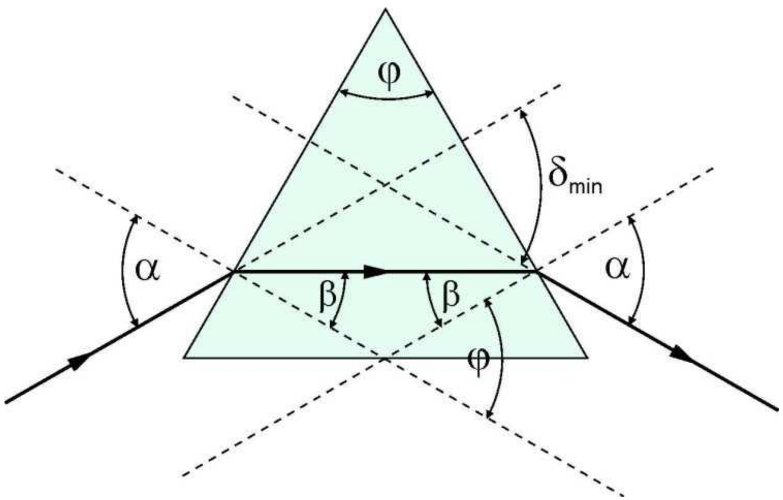
$$\varphi = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\varphi}{2}$$

$$\delta_{\min} = (\alpha - \beta) + ([\alpha_1 = \alpha] - [\beta_1 = \beta])$$

$$\delta_{\min} = 2\alpha - 2\beta$$

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}$$

Pryzmat



Przypadek symetryczny:

$$\varphi = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\varphi}{2}$$

$$\delta_{\min} = (\alpha - \beta) + ([\alpha_1 = \alpha] - [\beta_1 = \beta])$$

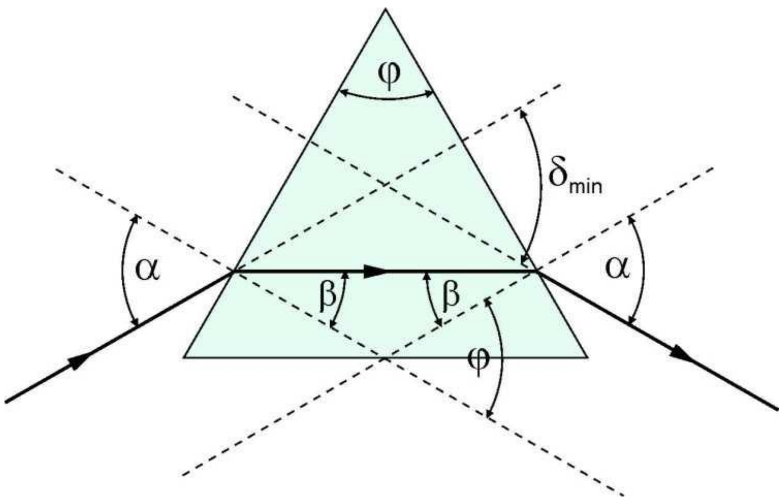
$$\delta_{\min} = 2\alpha - 2\beta$$

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}$$

$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$\boxed{n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}}$$

Pryzmat



Przypadek symetryczny:

$$\varphi = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\varphi}{2}$$

$$\delta_{\min} = (\alpha - \beta) + ([\alpha_1 = \alpha] - [\beta_1 = \beta])$$

$$\delta_{\min} = 2\alpha - 2\beta$$

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}$$

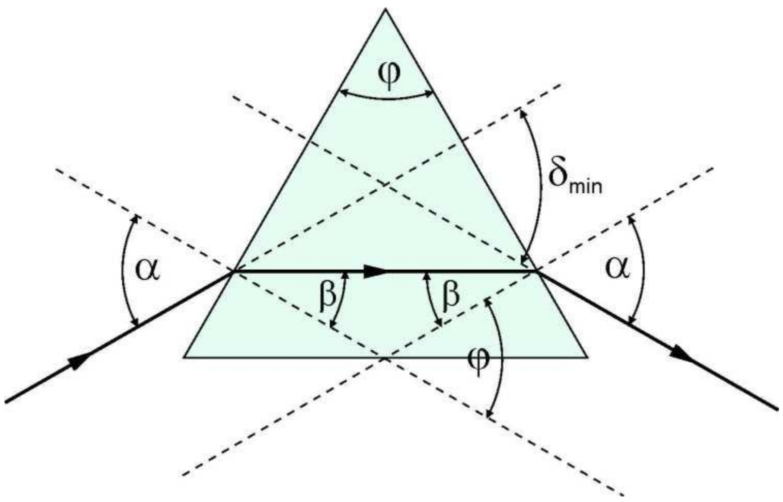
$$\sin\alpha = n\sin\beta \Rightarrow n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$\boxed{n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}}$$

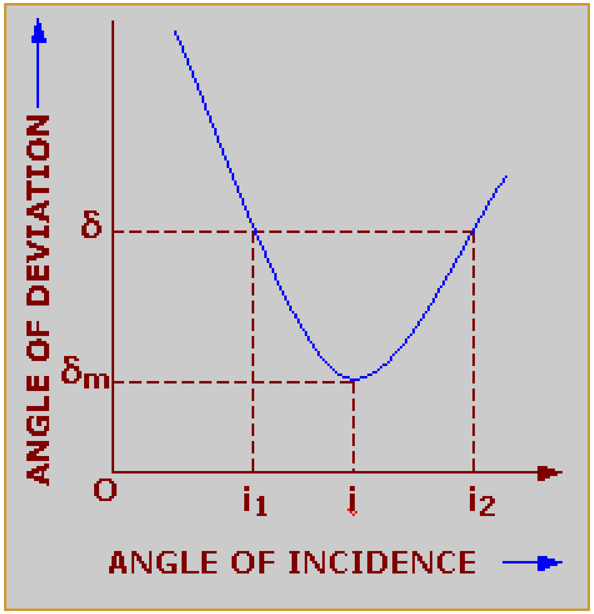
Dla klina - φ małe: $sin\theta \approx \theta$

$$n = \frac{\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{\varphi} \Rightarrow \boxed{\delta_{\min} = \varphi(n-1)}$$

Pryzmat



$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$



www.ques10.com