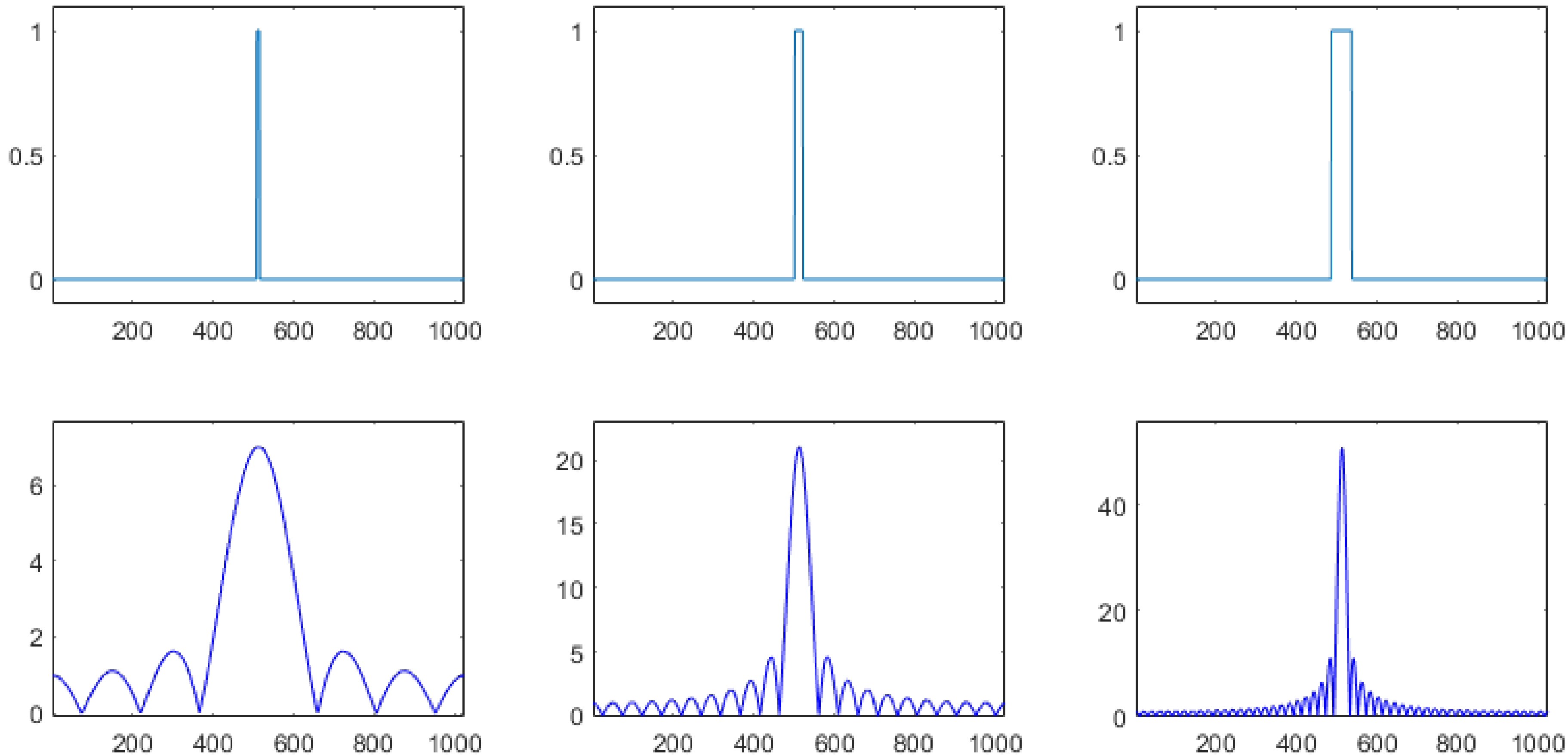
WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ

dr hab. Rafał Kasztelanic

WYKŁAD 4

Transformacja Fouriera 2D

Skalowanie szerokości:



Fourier.m
Gui_2_3.m
Gui_3_4.m
DzwiekiFT.m

Układy liniowe

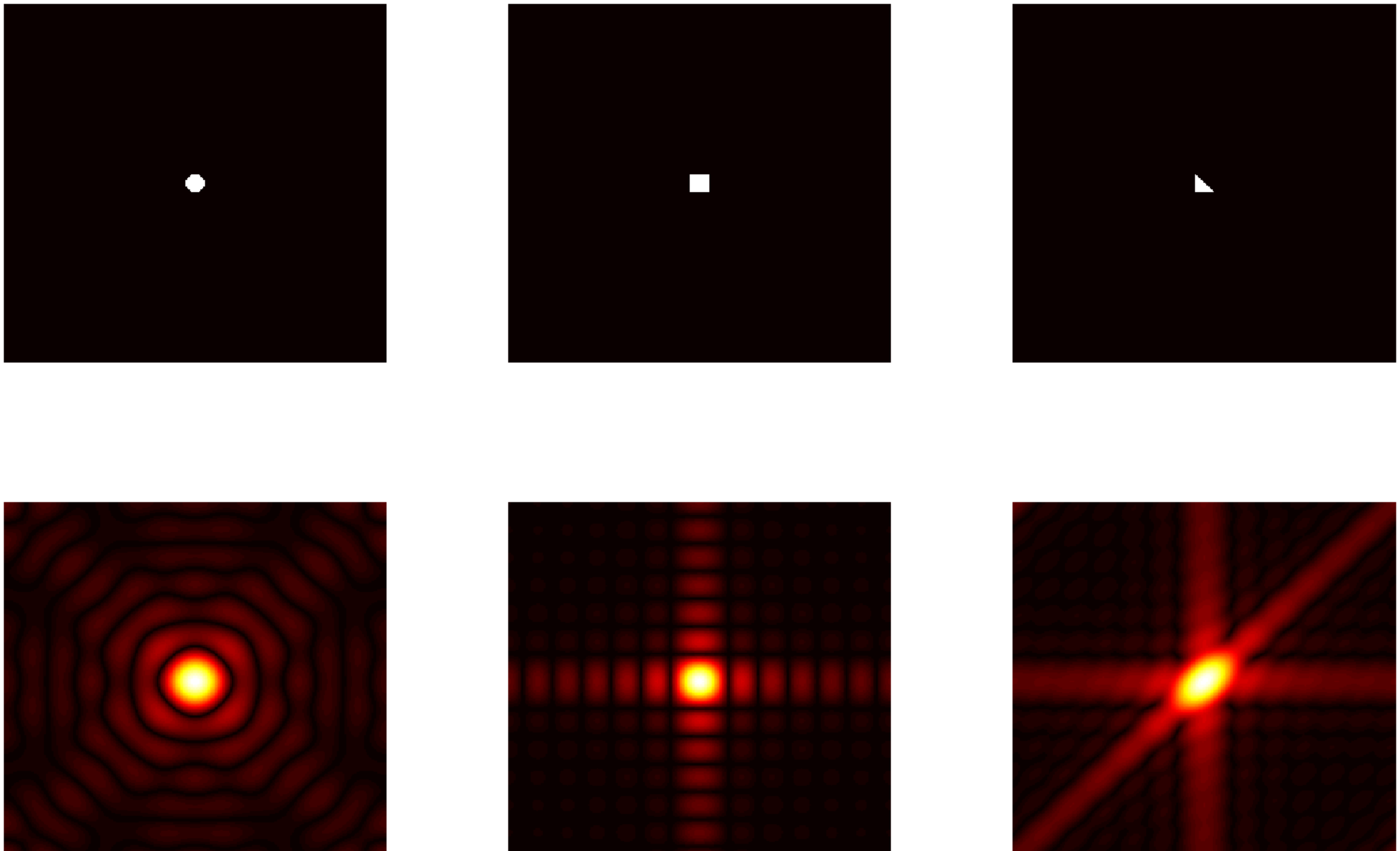
Transformata Fouriera - Twierdzenie o liniowości:

$$\mathcal{F}\{af(x,y) + bg(x,y)\} = aF\left(\nu_x, \nu_y\right) + bG(\nu_x, \nu_y)$$

Układy liniowe

Transformata Fouriera - Twierdzenie o liniowości:

$$\mathcal{F}\{af(x,y) + bg(x,y)\} = aF(\nu_x, \nu_y) + bG(\nu_x, \nu_y)$$



KoloKwadratTrojk.m, Cw7_1_2punkty.m

Układy liniowe

Transformata Fouriera - Twierdzenie o liniowości:

$$\mathcal{F}\{af(x,y) + bg(x,y)\} = aF\left(\nu_x, \nu_y\right) + bG(\nu_x, \nu_y)$$

Ogólnie – własność liniowości:

$$\mathcal{L}\{a_1 f_1(x,y) + a_2 f_2(x,y) + \cdots + a_n f_n(x,y)\} =$$

$$= a_1 \mathcal{L}\{f_1(x,y)\} + a_2 \mathcal{L}\{f_2(x,y)\} + \cdots + a_n \mathcal{L}\{f_n(x,y)\}$$

Układy liniowe

Transformata Fouriera - Twierdzenie o liniowości:

$$\mathcal{F}\{af(x,y)+bg(x,y)\}=aF\left(\nu_x,\nu_y\right)+bG(\nu_x,\nu_y)$$

Ogólnie – własność liniowości:

$$\mathcal{L}\{a_1f_1(x,y)+a_2f_2(x,y)+\cdots+a_nf_n(x,y)\}=$$

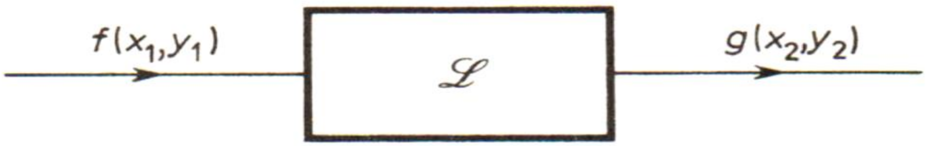
$$=a_1\mathcal{L}\{f_1(x,y)\}+a_2\mathcal{L}\{f_2(x,y)\}+\cdots+a_n\mathcal{L}\{f_n(x,y)\}$$

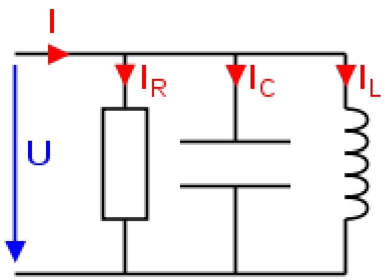
Własność filtracji:

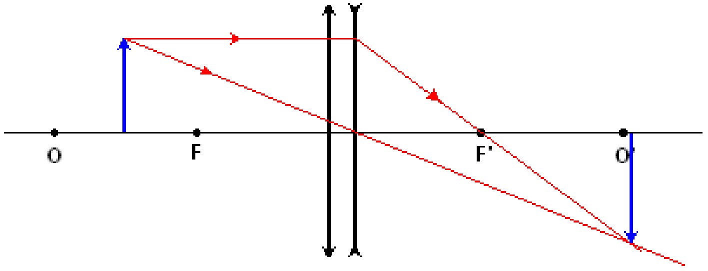
$$\int_{-\infty}^{\infty} g\,\delta(x-x_0)\,dx=g(x_0)$$

$$f(x_1,y_1)=\iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\delta(x_1-x,y_1-y)dxdy$$

Układy liniowe



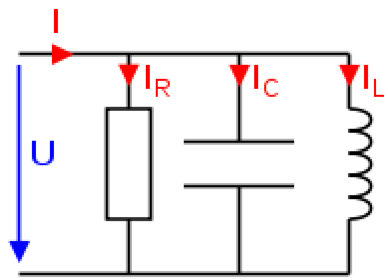


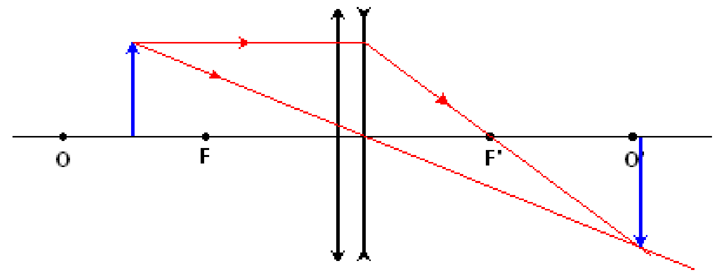


pl.wikipedia.org

fizyka.edu.pl

Układy liniowe





pl.wikipedia.org

fizyka.edu.pl

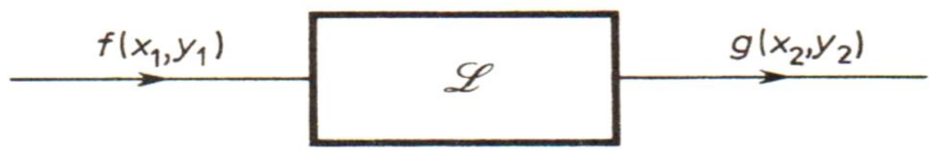
$$g(x_2, y_2) = \mathcal{L}\{f(x_1, y_1)\}$$

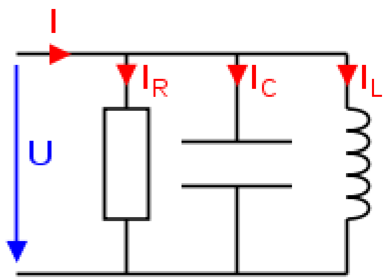
punktowe źródło światła

$$g(x_2, y_2) = \mathcal{L}\left\{\iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\delta(x_1 - x, y_1 - y)dxdy\right\}$$

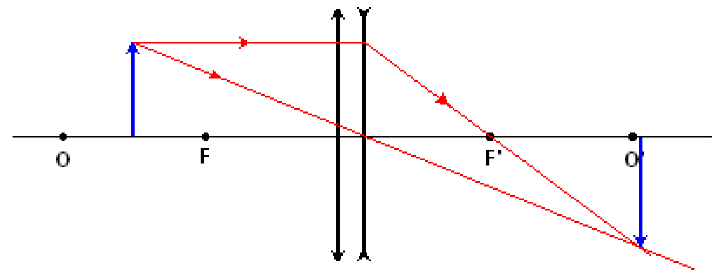
$$g(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, \underbrace{\mathcal{L}\{\delta(x_1 - x, y_1 - y)\}}_{h(x_2, y_2; x, y)} dxdy$$

Układy liniowe





pl.wikipedia.org



fizyka.edu.pl

$$g(x_2, y_2) = \mathcal{L}\{f(x_1, y_1)\}$$

punktowe źródło światła

$$g(x_2, y_2) = \mathcal{L}\left\{\iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\delta(x_1 - x, y_1 - y)dxdy\right\}$$

$$g(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, \underbrace{\mathcal{L}\{\delta(x_1 - x, y_1 - y)\}}_{h(x_2, y_2; x, y)} dxdy$$

$$g(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, \underbrace{h(x_2, y_2; x, y)} dxdy$$

ODPOWIEDŹ IMPULSOWA UKŁADU

Odpowiedź impulsowa

$$g(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \underbrace{h(x_2, y_2; x, y)}_{\text{ODPOWIEDŹ IMPULSOWA UKŁADU}} dxdy$$

- Obraz punktu
- Plamka rozmycia (point-spread function)

- Obraz wyjściowy jest superpozycją obrazów poszczególnych punktów przedmiotu

- Funkcja *h* całkowicie charakteryzuje transformacyjne właściwości układu liniowego

Funkcja przenoszenia

Zakładam, że układ jest niezmienniczy przestrzennie – izoplanatyczny:

- Niezmienniczość ze względu na przesunięcie
- Stała skala

Funkcja przenoszenia

Zakładam, że układ jest niezmienniczy przestrzennie – izoplanatyczny:

- Niezmienniczość ze względu na przesunięcie
- Stała skala

$$h(x_2, y_2; x, y) = h(x_2 - x, y_2 - y)$$

$$g(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) h(x_2 - x, y_2 - y)\, dxdy$$

Jest to splot sygnału wejściowego z odpowiedzią impulsową

$$g(x_2, y_2) = f(x, y) \otimes h(x_2, y_2)$$

Funkcja przenoszenia

Zakładam, że układ jest niezmienniczy przestrzennie – izoplanatyczny:

- Niezmienniczość ze względu na przesunięcie
- Stała skala

$$h(x_2, y_2; x, y) = h(x_2 - x, y_2 - y)$$

$$g(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) h(x_2 - x, y_2 - y)\, dxdy$$

Jest to splot sygnału wejściowego z odpowiedzią impulsową

$$g(x_2, y_2) = f(x, y) \otimes h(x_2, y_2)$$

Z twierdzenie o splocie w przestrzeni położeń:

$$\mathcal{F}\{f(x, y) \otimes h(x, y)\} = F(\nu_x, \nu_y) \underbrace{H(\nu_x, \nu_y)}_{\text{FUNKCJA PRZENOSZENIA UKŁADU}} = G(\nu_x, \nu_y)$$

$$H(\nu_x, \nu_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp[-i2\pi(x\nu_x + y\nu_y)]\, dxdy$$

$H(\nu_x, \nu_y)$ jest filtrem częstości przestrzennych

SplotFFT.mlx
Deconvolution.mlx