

1100-1BO15, rok akademicki 2018/19

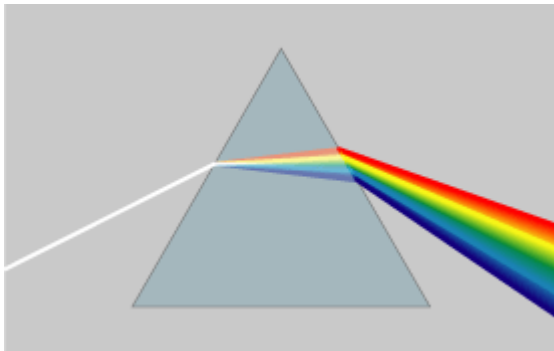
# **OPTYKA GEOMETRYCZNA I INSTRUMENTALNA**

dr hab. Rafał Kasztelanic

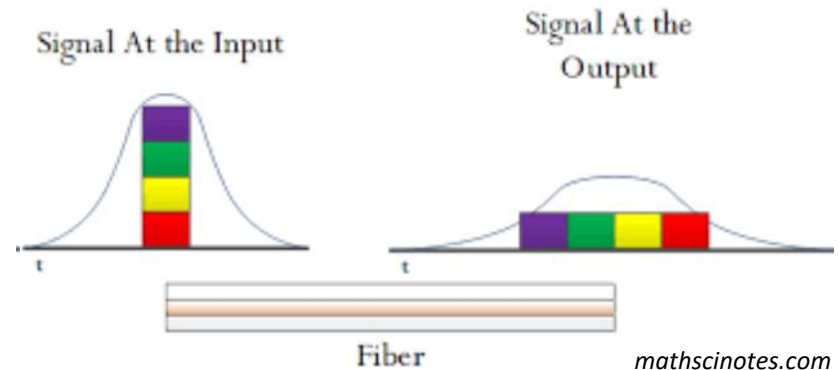
Wykład 2

# Światło a materia - dyspersja

- szybkość propagacji światła w materii zależy od częstotliwości padającej fali
- **współczynnik załamania zależy od długości fali światła  $n(\lambda)$**
- Jest to **dyspersja chromatyczna**, jest ona m.in. odpowiedzialna za powstawanie tęczy, czy rozmycie impulsów w światłowodach



[en.wikipedia.org/wiki/Dispersion\\_\(optics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Dispersion_(optics))



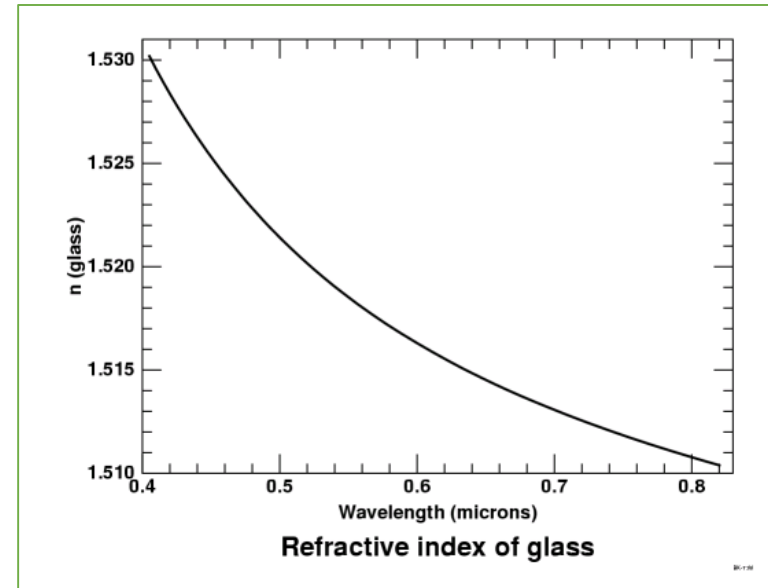
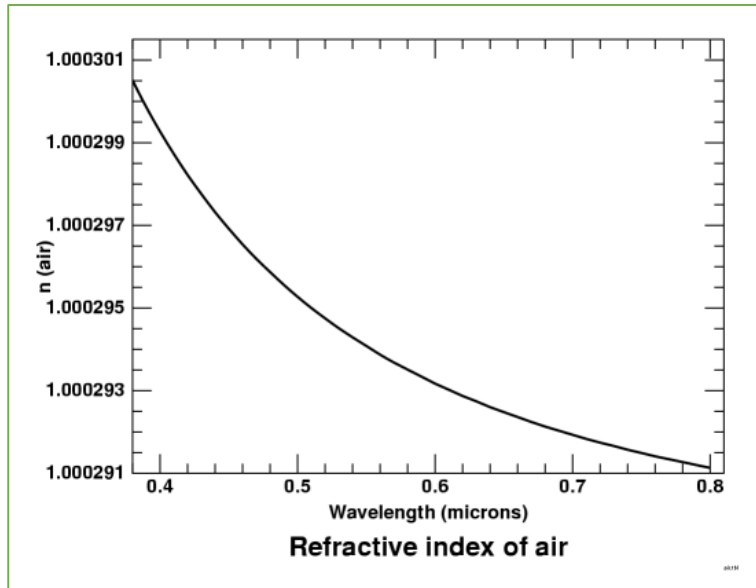
$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (\text{Cauchy})$$

$$n(\lambda) = n_0 + \frac{A}{(\lambda - \lambda_0)^{1,2}} \quad (\text{Hartmann})$$

$$n^2(\lambda) - 1 = \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \quad (\text{Sellmeier})$$

# Światło a materia - dyspersja

## Dyspersja powietrza vs. szkła



- Dyspersja chromatyczna jest powszechna
- Dla fal widzialnych przebiega w podobny sposób dla wielu materiałów (współczynnik załamania światła w materiale zmniejsza się wraz ze wzrostem długości fali padającego światła)

# Światło a materia - dyspersja

- współczynnik dyspersji

$$\Delta n = n_F - n_C$$

- liczba Abbego (dyspersja względna)

$$v = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

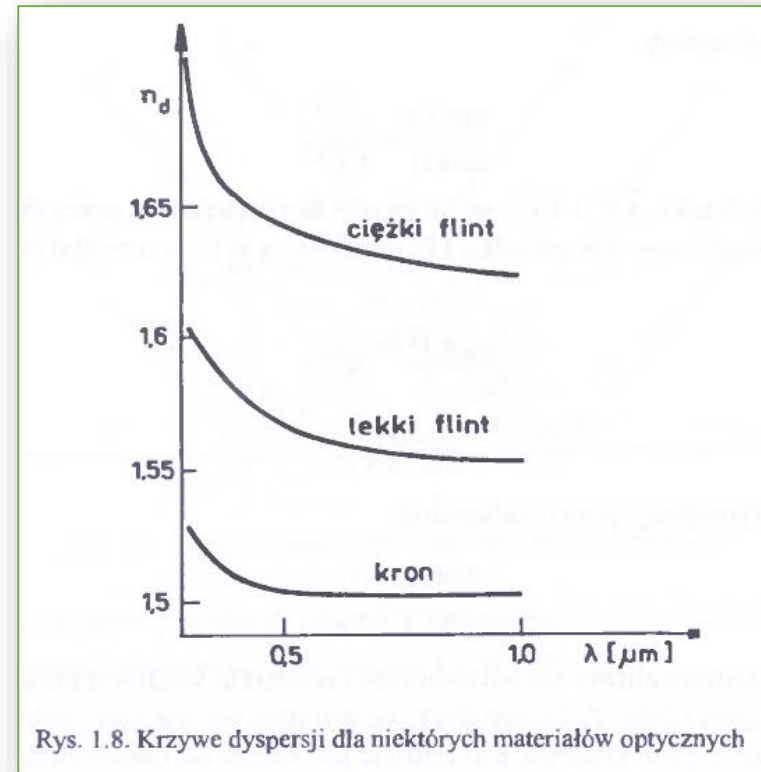
- dyspersja cząstkowa

$$P_\lambda = \frac{n_F - n_\lambda}{n_F - n_C}$$

$$\lambda_F = 486,1 \text{ nm}$$

$$\lambda_C = 656,3 \text{ nm}$$

$$\lambda_d = 589,3 \text{ nm}$$

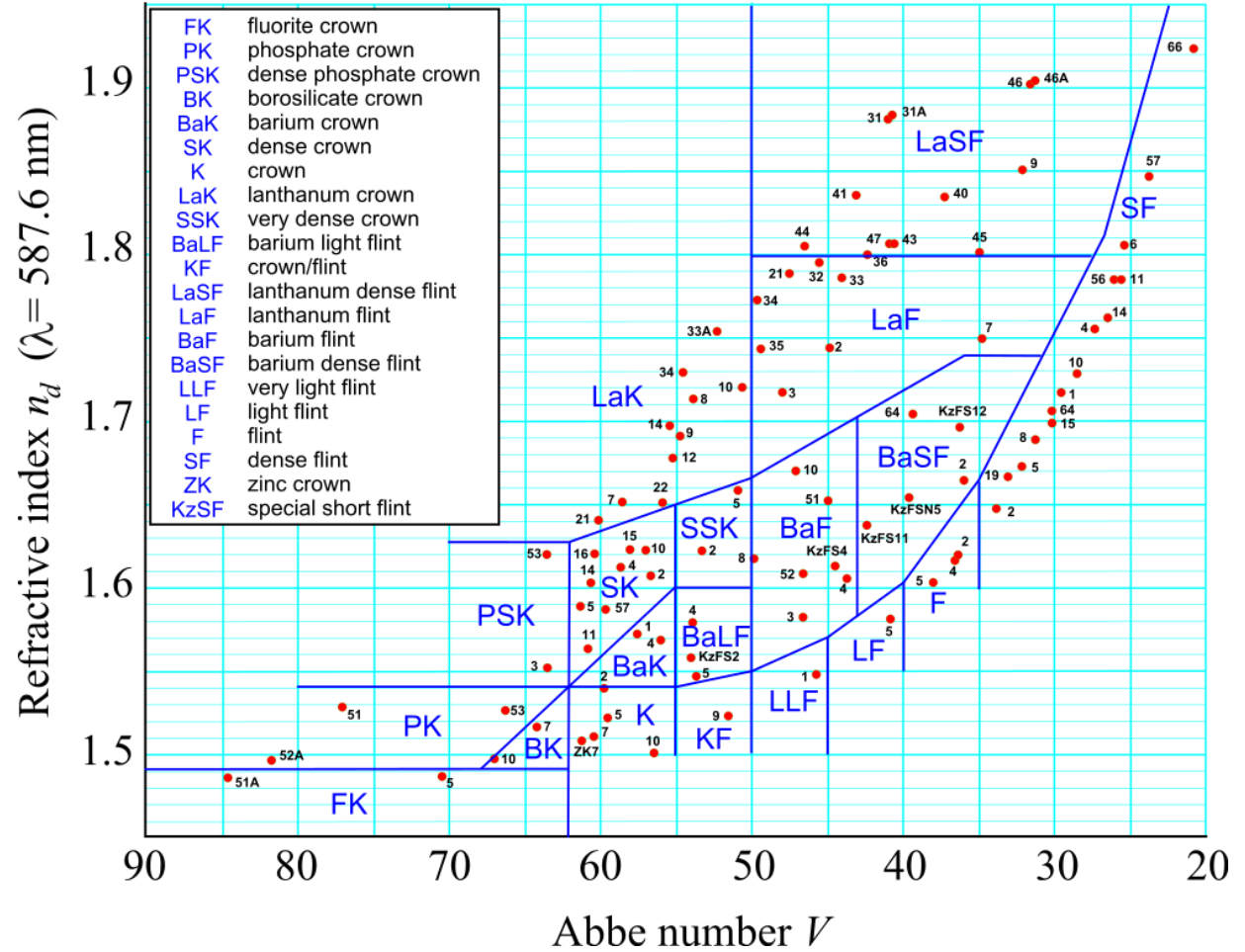


Rys. 1.8. Krzywe dyspersji dla niektórych materiałów optycznych

# Światło a materia - dyspersja

Liczba Abbego - im jest większa, tym dyspersja materiału jest mniejsza

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$



# Światło a materia - dyspersja

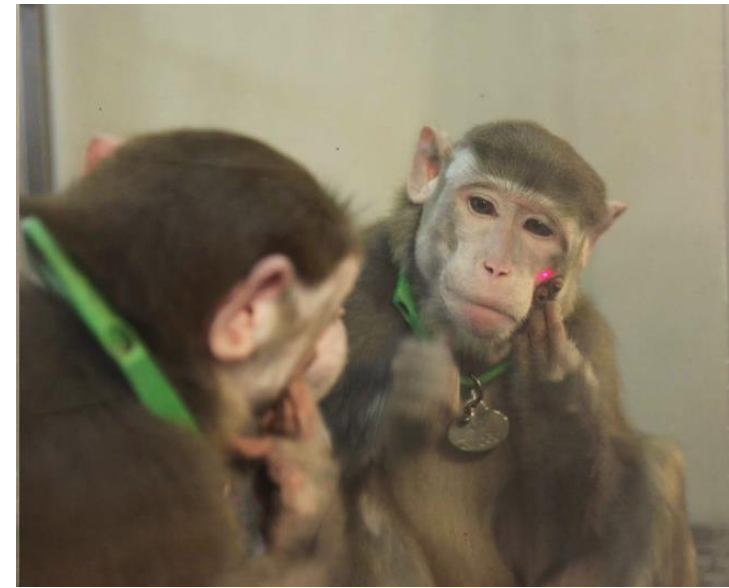
Skąd się wzięły  $\lambda_F$ ,  $\lambda_C$ ,  $\lambda_d$  itp.?

- Dostępne w dawnych latach lampy gazowe emitowały światło o liniach widmowych zależnych od cech gazu.

$\lambda$ [nm]	Symbol linii	Źródło światła	Zakres widmowy
365.01	i	Hg	UV
404.66	h	Hg	violet
435.84	g	Hg	blue
479.99	F'	Cd	blue
486.13	F	H	blue
546.07	e	Hg	green
587.56	d	He	yellow
589.3	D	Na	yellow
643.85	C'	Cd	red
656.27	C	H	red
706.52	r	He	red
768.2	A'	K	red
852.11	s	Cs	IR
1013.98	t	Hg	IR

# Światło a materia - metale

- przewodnik prądu
- współczynnik załamania zespolony
- częstość plazmowa
- odbijanie, pochłanianie
  - dla częstości większych od częstości plazmowej materiał jest przezroczysty
  - dla częstości mniejszych wykazuje duży współczynnik odbicia
  - dla jeszcze mniejszych częstości współczynnik odbicia maleje, ale transmisja nie rośnie, gdyż rośnie absorpcja.
  - występowanie kolejno obszarów o dużej transmisji, odbiciu i absorpcji, jest charakterystyczne dla materiałów przewodzących takich jak metale czy półprzewodniki



*kopalniawiedzy.pl*

# Światło a materia – rozpraszanie

- zjawisko oddziaływania światła z materią, w wyniku którego następuje zmiana kierunku rozchodzenia się światła, inne (zjawisko) niż odbicie i załamanie światła
- rozpraszanie światła może być sprężyste - bez zmiany energii/częstotliwości
- lub niesprężyste - ze zmianą energii/częstotliwości
- wielkość rozproszenia zależy od długości fali elektromagnetycznej, od wielkości cząsteczek atmosfery oraz od długości drogi oddziaływania fali z atmosferą

## Przyczyny

- niejednorodnościami układu, w którym zachodzi propagacja fal (cząsteczki substancji, pyły, aerozole, zmiany gęstości itp.).
- nierówność powierzchni



# Światło a materia - rozpraszanie

Wyróżniamy trzy rodzaje rozproszenia:

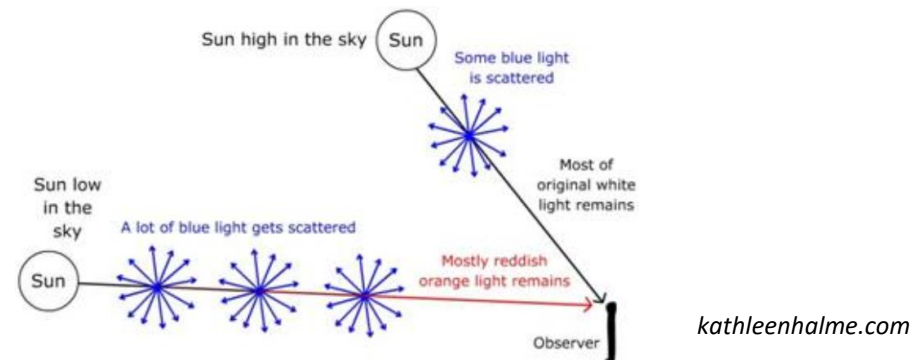
- **rozpraszanie Rayleigha**

Zachodzi gdy wielkość cząsteczek, na których zachodzi rozproszenie jest dużo mniejsza niż długość fali elektromagnetycznej

Zachodzi we wszystkich kierunkach, bez zmiany długości fali

Wynikiem tego rozpraszania jest niebieski kolor nieba i pochłanianie UV przez ozon

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}$$



- **rozpraszanie Mie**

Zachodzi gdy wielkość cząsteczek, na których zachodzi rozproszenie jest porównywalna z długością fali elektromagnetycznej

Najsilniejsze jest w kierunku zgodnym z falą padającą

Nie zależy od długości fali

Rozproszenie przede wszystkim na pyłkach, dymie, zanieczyszczeniach i parze wodnej



- **rozpraszanie nieselekcyjne**

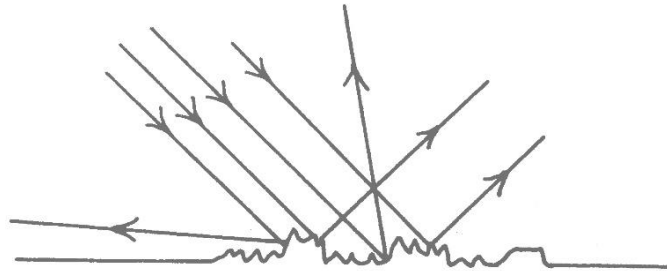
Zachodzi gdy wielkość cząsteczek, na których zachodzi rozproszenie jest dużo większa od długości fali elektromagnetycznej.

Rozproszenie przede wszystkim na kropłach wody i dużych cząsteczkach zanieczyszczeń

Rozproszenie nie selektywne jest przyczyną tego, że chmury i mgła są białe.

Ponieważ wszystkie długości światła widzialnego rozpraszane są w podobny sposób

## rozpraszanie na szorstkiej powierzchni



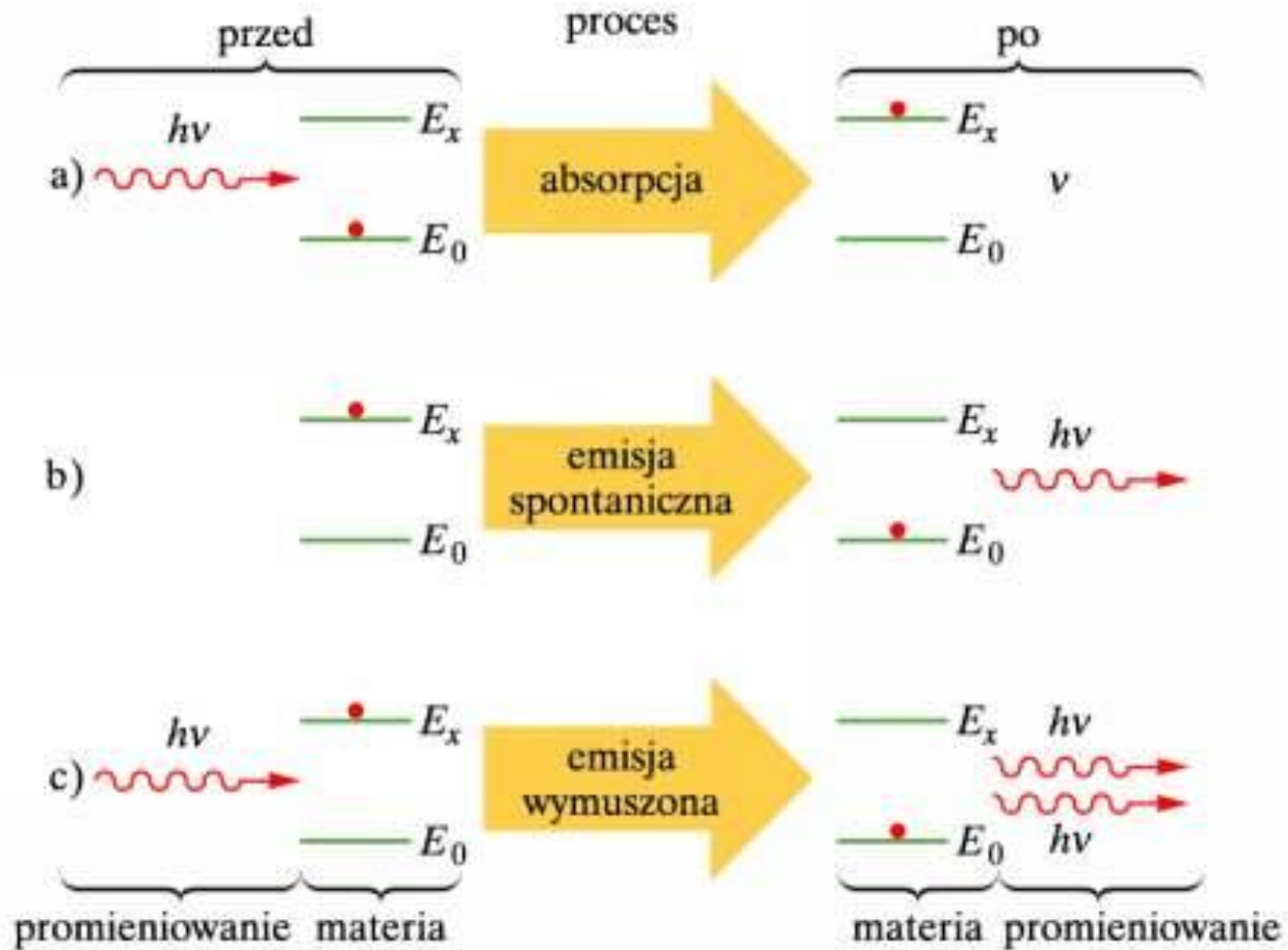
## Absorpcja (pochłanianie) fali elektromagnetycznej w ośrodku

Cząsteczki gazów, zanieczyszczeń i wody w atmosferze wpływają na energię fali elektromagnetycznej. Jeżeli zachodzi osłabienie mocy promieniowania przy zachowaniu kierunku rozchodzenia fali mówimy o absorpcji.

**Mechanizm:** foton o energii  $E = hv$  może oddziaływać z elektronem walencyjnym w atomie lub molekułe wewnątrz ośrodka materialnego.

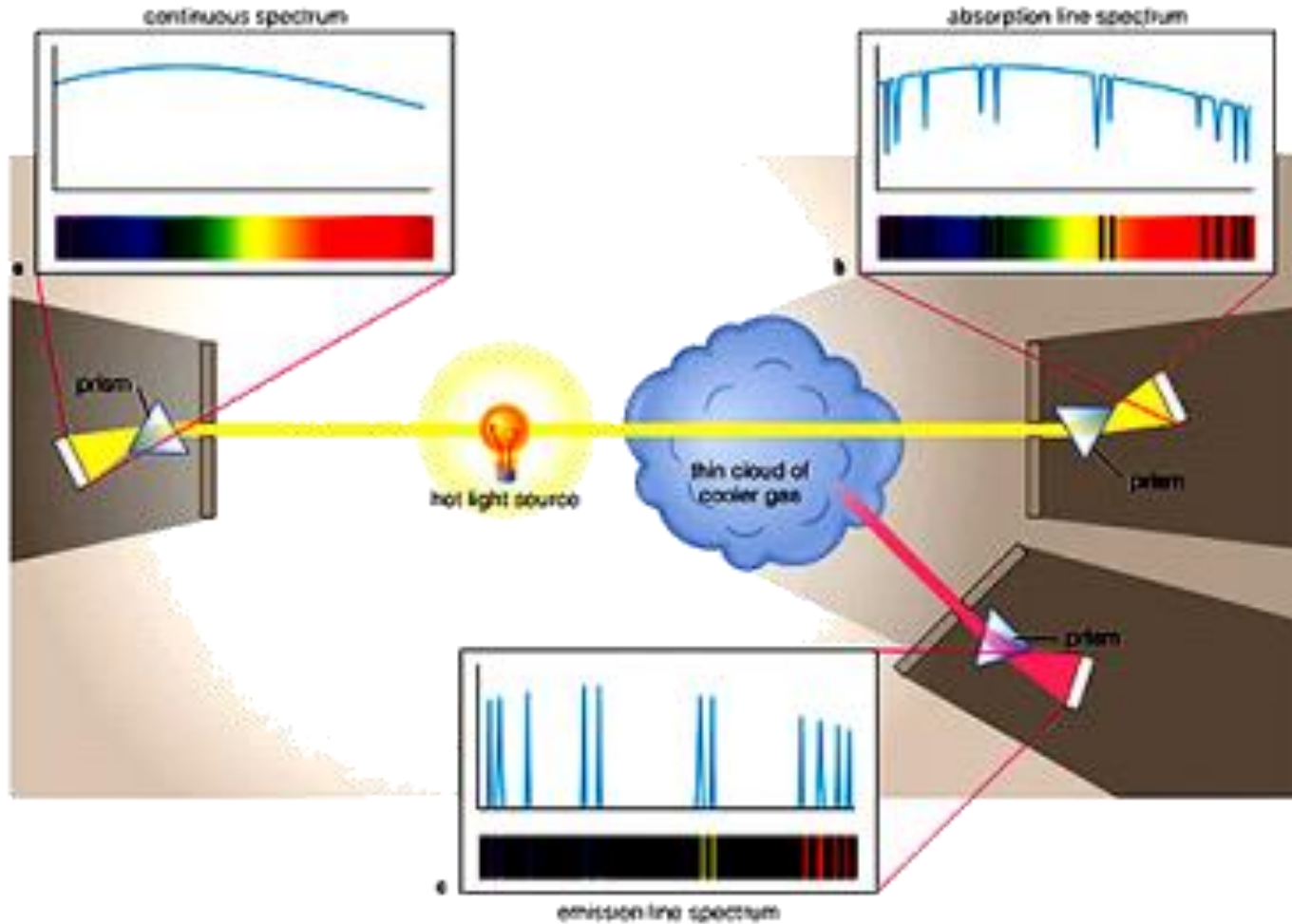
- Jeżeli energia fotonu jest równa różnicy energii pomiędzy dowolnym stanem wzbudzonym elektronu a stanem podstawowym, wówczas foton zostanie pochłonięty.
- Gdy energia fotonu „nie pasuje” do żadnej różnicy energii stanów, wówczas foton albo przechodzi przez ośrodek materialny bez przeszkód albo jest rozpraszany.
- W wyniku absorpcji fotonu atom lub molekula przechodzi w stan wzbudzony o wyższej energii.
- Wzbudzone atomy lub molekuly wracają do stanu podstawowego emitując jednocześnie foton o takiej samej lub mniejszej energii.

# Światło a materia - pochłanianie



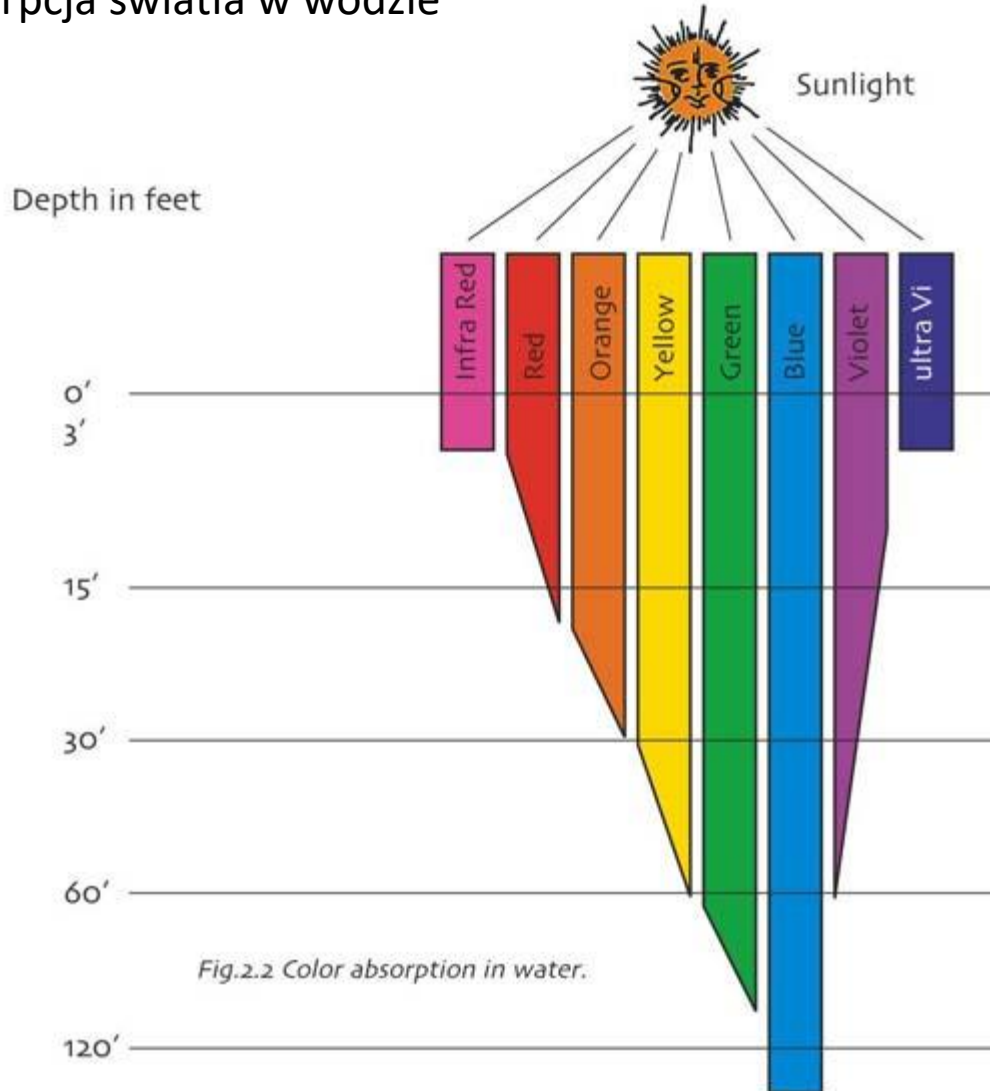
# Światło a materia - pochłanianie

Przykład: widmo emisyjne & widmo absorpcyjne



# Światło a materia - pochłanianie

Przykład: absorpcja światła w wodzie

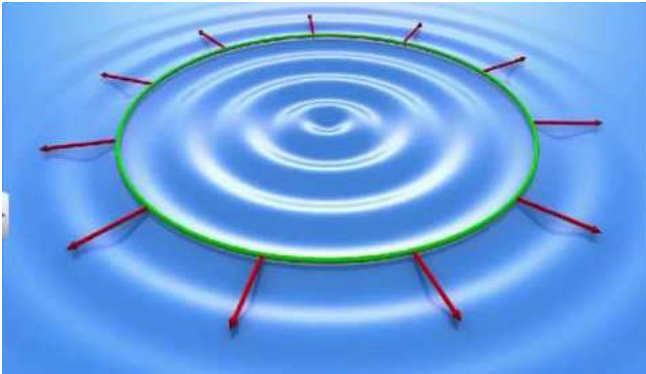




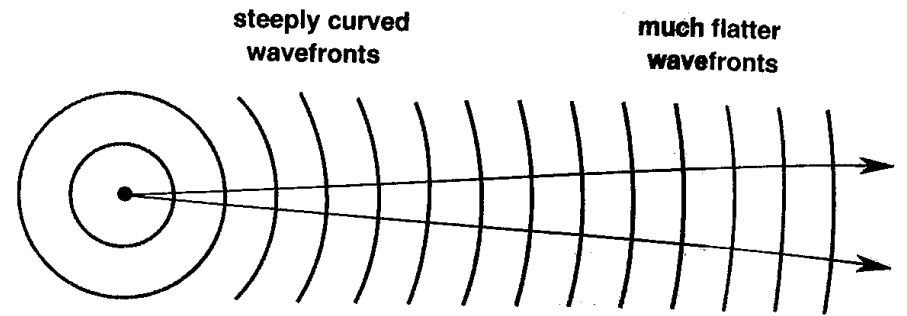


## Zasada Huygensa

- Każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali można uważać za źródło nowej fali kulistej.



CBSE Class 12 Physics, Wave Optics – 1



[www.slideshare.net](http://www.slideshare.net)

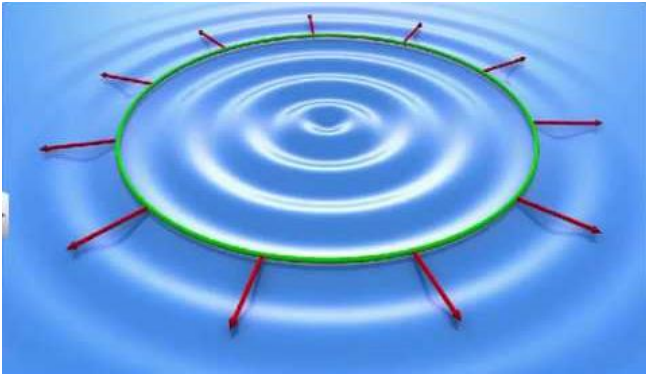


# Propagacja światła

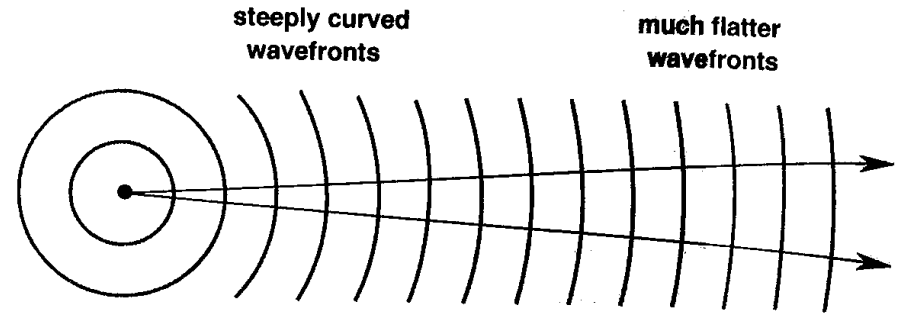


## Zasada Huygensa

- Każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali można uważać za źródło nowej fali kulistej.

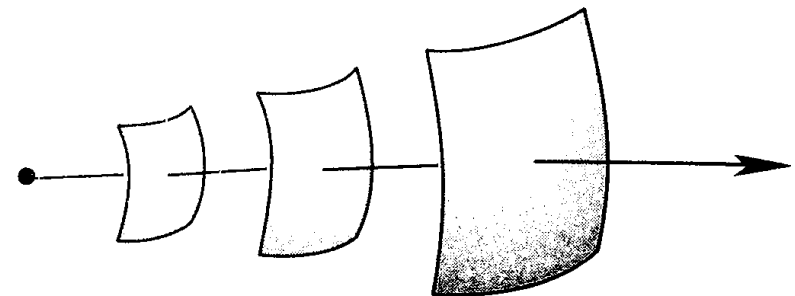
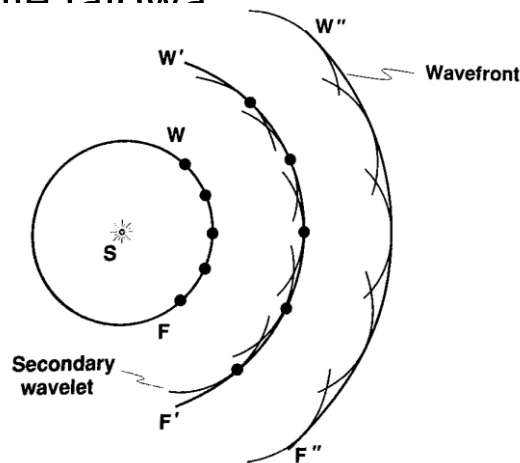


CBSE Class 12 Physics, Wave Optics – 1

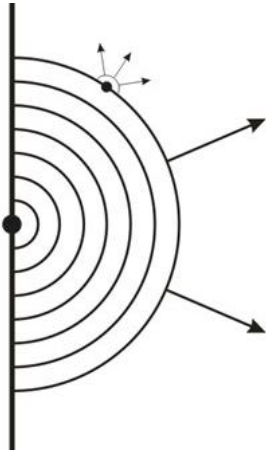


www.slideshare.net

- Fale te (fale cząstkowe) interferują ze sobą, tworząc wypadkową powierzchnie falowa

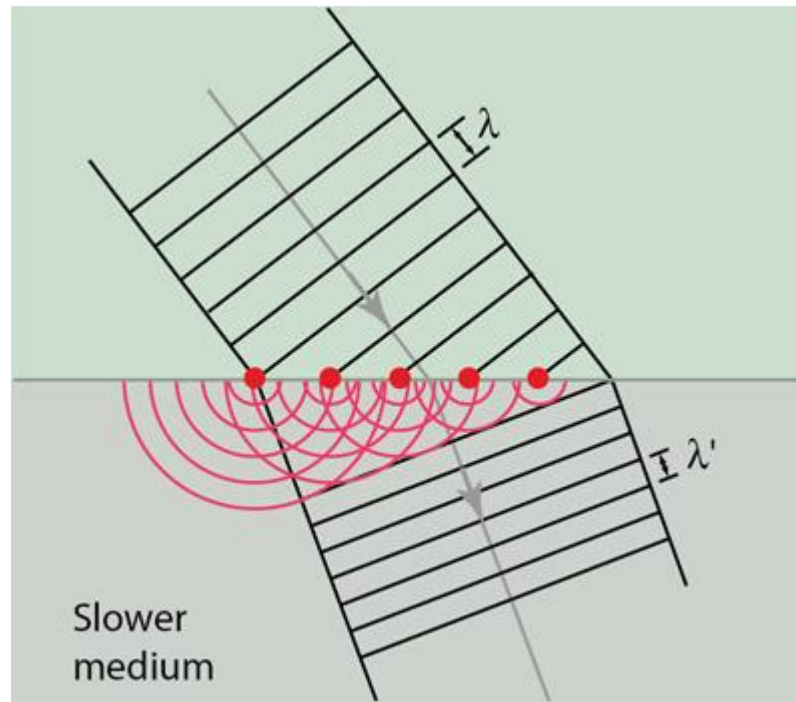
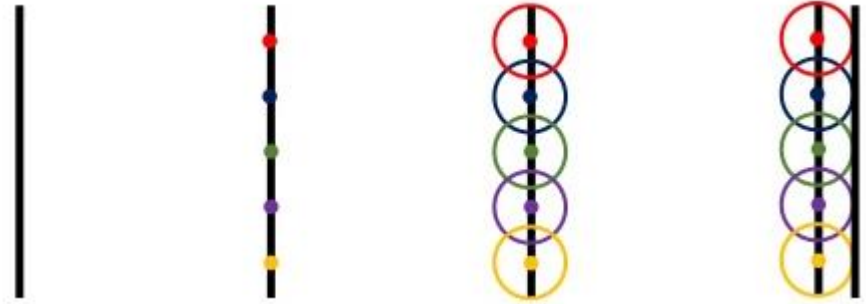
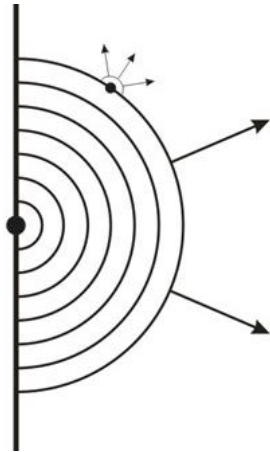


## Zasada Huygensa



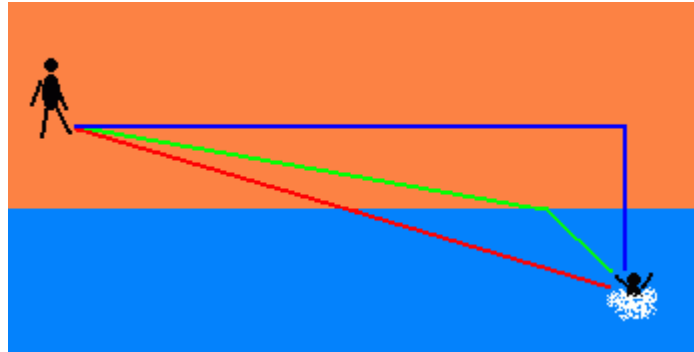
# Propagacja światła

## Zasada Huygensa





## Zasada Fermata

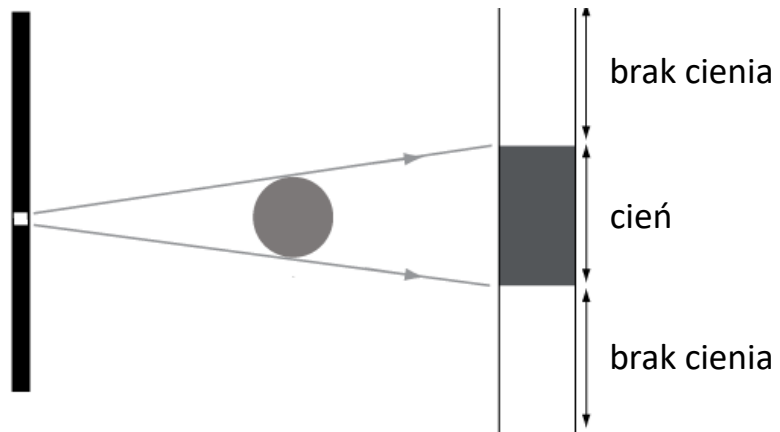


[www.quora.com](http://www.quora.com)

Promień świetlny poruszając się między dwoma punktami przebywa najkrótszą możliwie drogę optyczną, czyli taką, na której przebycie potrzebuje minimalnego czasu.

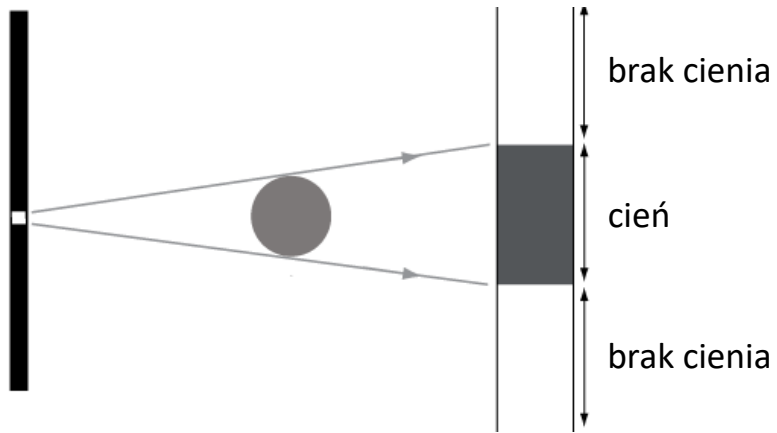
## Powstawanie cienia

punktowe źródło światła

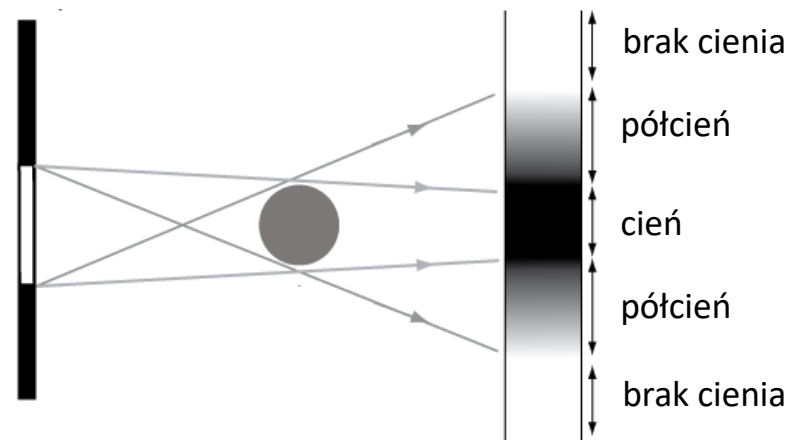


## Powstawanie cienia

punktowe źródło światła

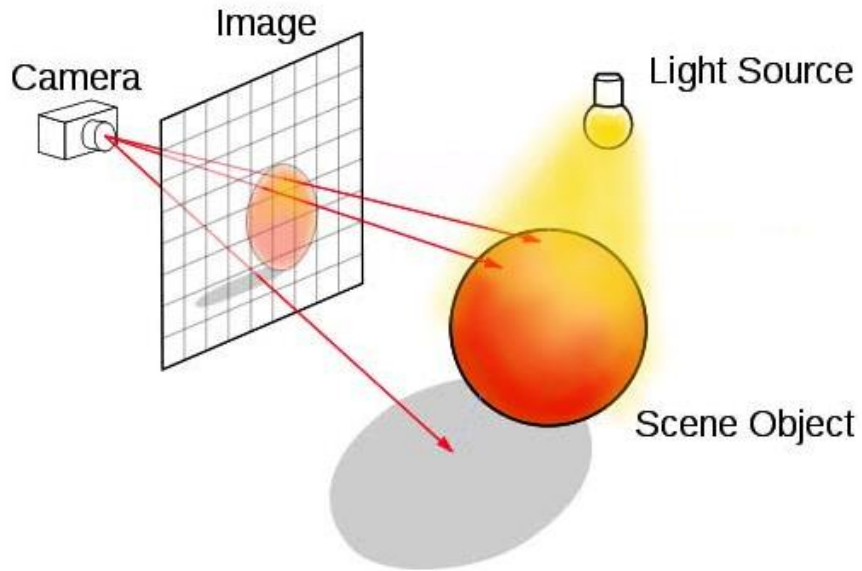


rozciągnięte źródło światła

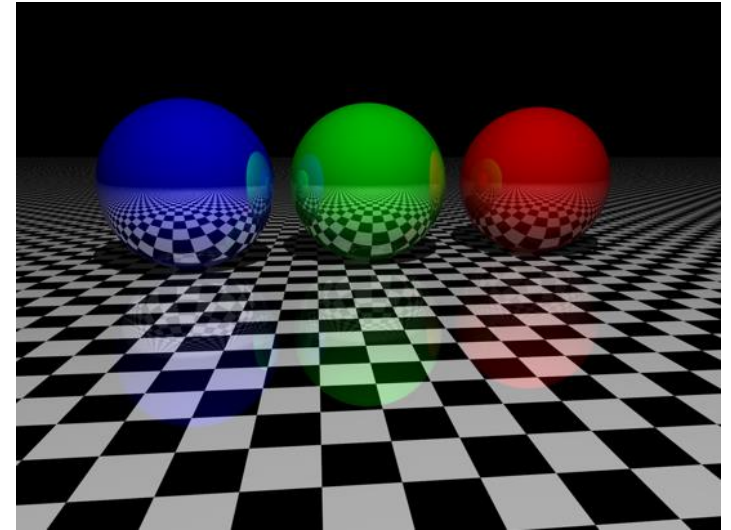


# Propagacja światła

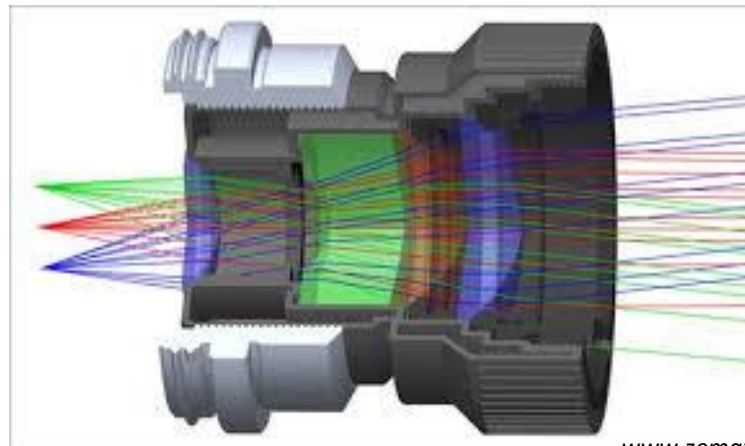
## Optyka promieni – ray tracing



[sites.google.com/site/tiffanycinglis/fun-stuff/cs-girls-ray-tracing-workshop](https://sites.google.com/site/tiffanycinglis/fun-stuff/cs-girls-ray-tracing-workshop)



[pl.wikipedia.org](http://pl.wikipedia.org)



[www.zemax.com](http://www.zemax.com)

## Optyka promieni

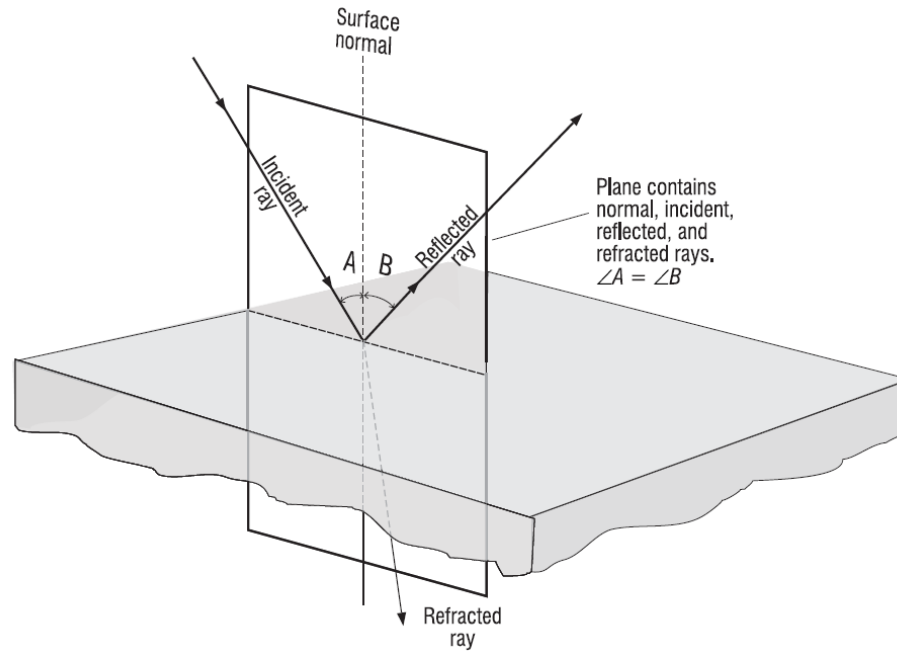
- Promień — linia wskazująca kierunek rozchodzenia się energii promieniowania, prostopadła do *powierzchni falowej*
- Wiele zjawisk optycznych nie wymaga analizy światła jako fali elektromagnetycznej i do ich opisu wystarcza operowanie pojęciem promienia świetlnego, który jest odbijany lub załamany na różnych powierzchniach
- W optyce geometrycznej zwykle zaniedbujemy zjawiska pochłaniania fali
- Zakładamy, że *długość fali e-m jest bardzo mała w porównaniu z rozmiarami elementów* tworzących analizowany układ optyczny
- *Wiązka światła* jest obiektem rzeczywistym. Analiza propagacji wiązki polega na analizie biegu promieni ją tworzących
- *Pęk promieni* — wiązka promieni wychodząca (przechodząca) z jednego punktu
- Droga optyczna  $L = n \cdot \text{droga geometryczna}$

$$L = \int n ds \quad \text{równanie eikonatu}$$



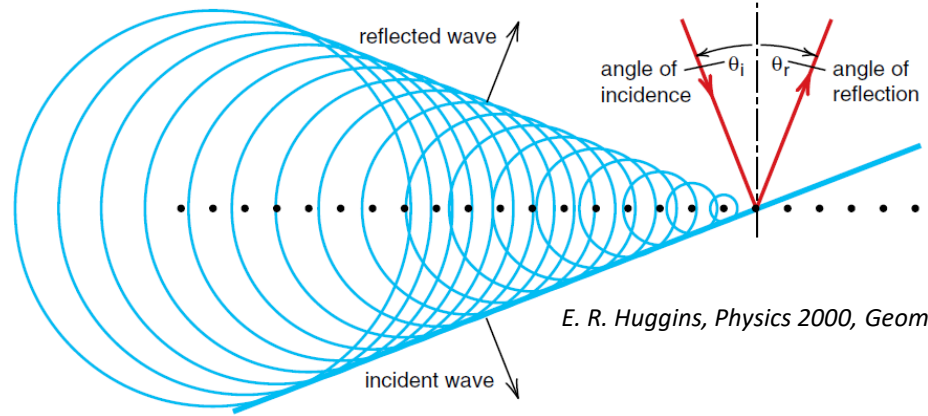
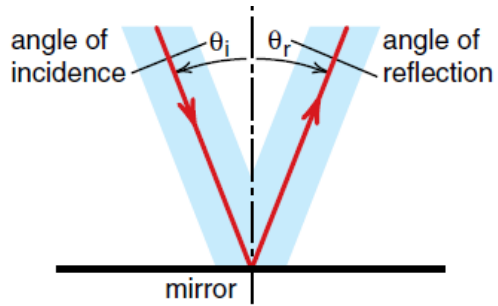
# Załamanie i odbicie światła

Promień padający i promień odbity/załamany leżą w jednej płaszczyźnie

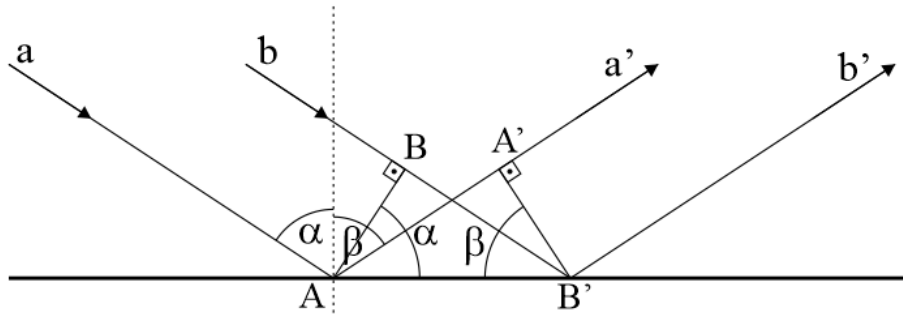
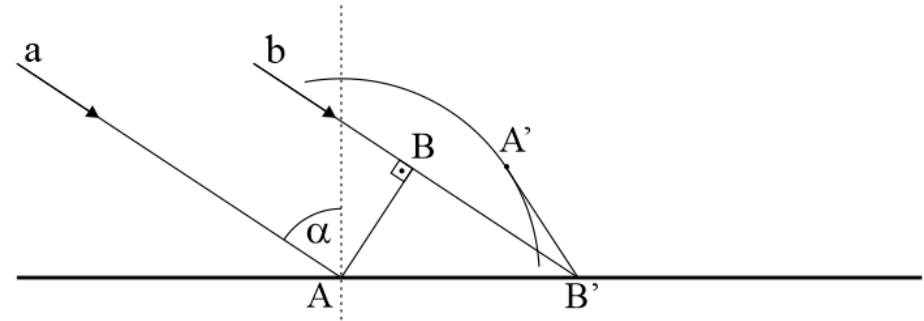
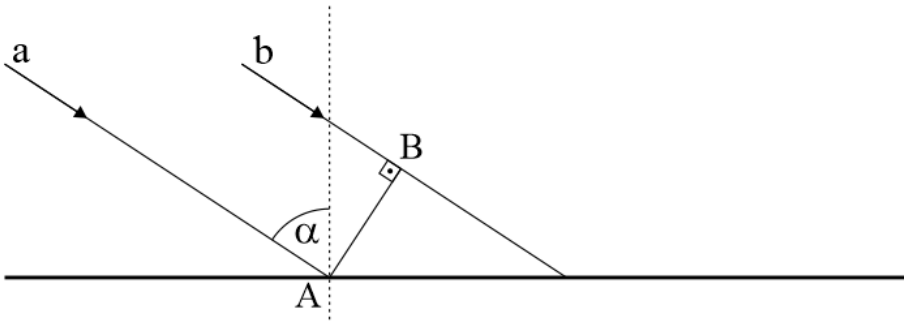


# Załamanie i odbicie światła

## Odbicie światła – z zasady Huygensa



*E. R. Huggins, Physics 2000, Geometrical Optics*

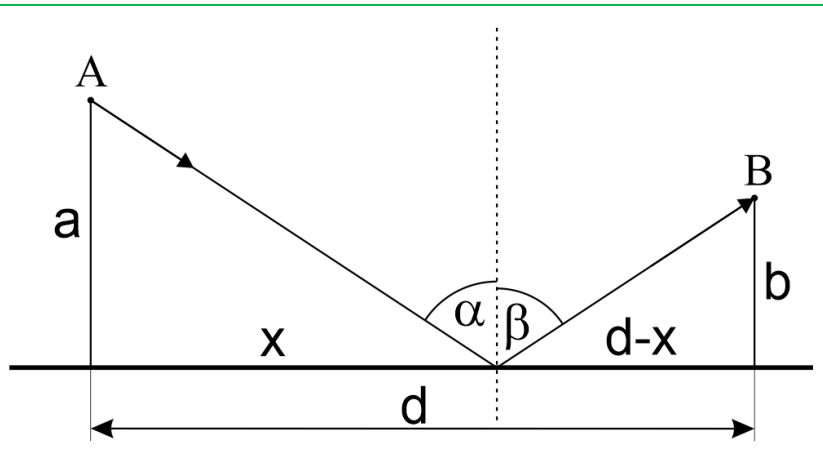


$$\alpha = \text{BAB}' = \text{AB}'\text{A}' = \beta$$

# Załamanie i odbicie światła

## Odbicie światła – z zasady Fermata

Spośród wielu możliwych dróg, światło biegnie po takiej, aby czas poruszania się po niej był ekstremalny (zwykle najkrótszy)



$$\delta L = \delta \int_A^B n ds = 0$$

$$L = n \left( \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2} \right)$$

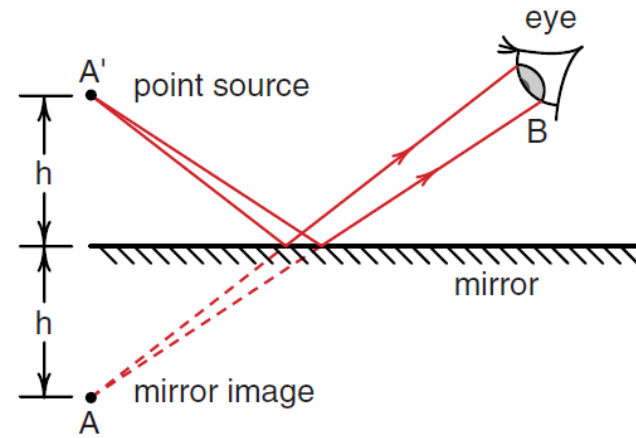
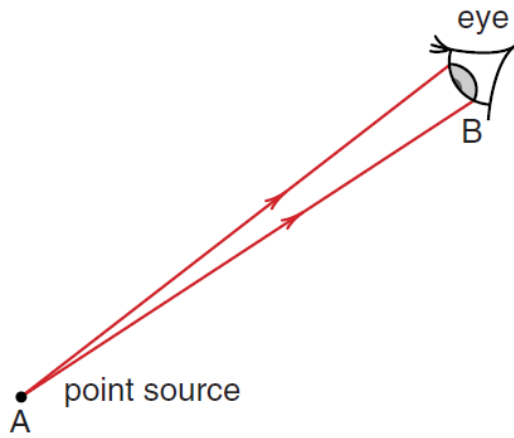
$$\frac{dL}{dx} = n \left[ \frac{1}{2\sqrt{a^2 + x^2}} 2x + \frac{1}{2\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} 2(d-x)(-1) \right] = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$$

$$\sin(\alpha) = \sin(\beta)$$

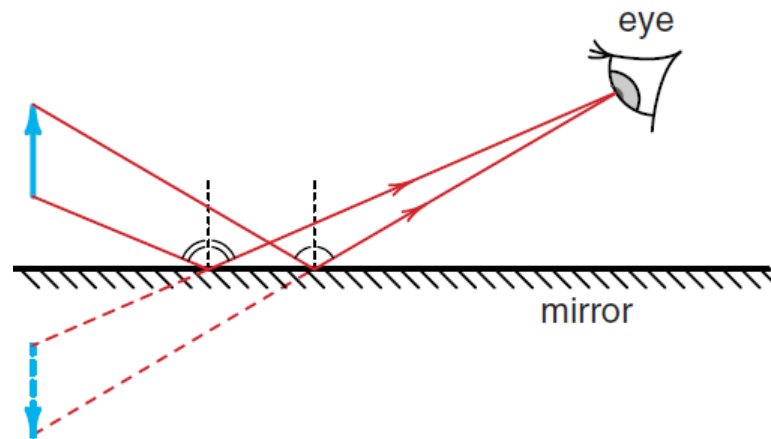
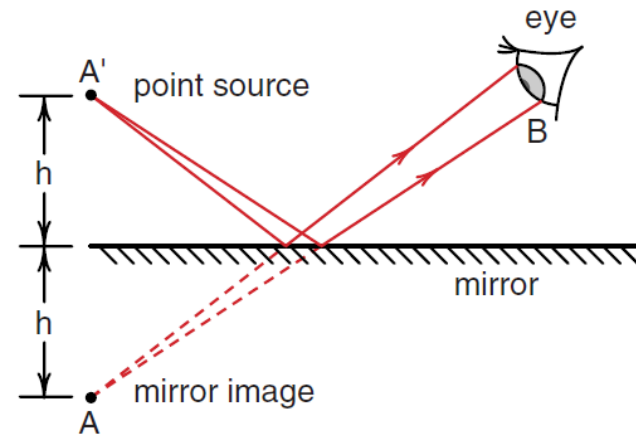
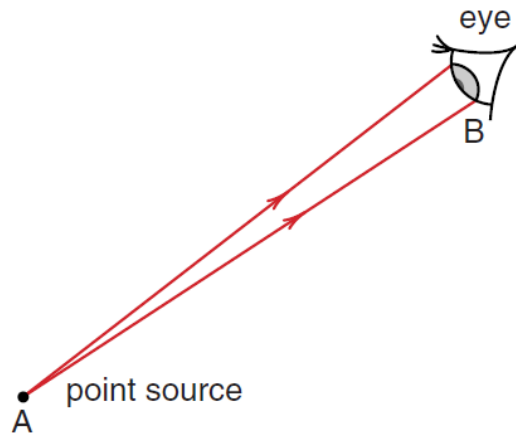
# Załamanie i odbicie światła

## Odbicie światła



# Załamanie i odbicie światła

## Odbicie światła



góra-dół

# Załamanie i odbicie światła

## Odbicie światła



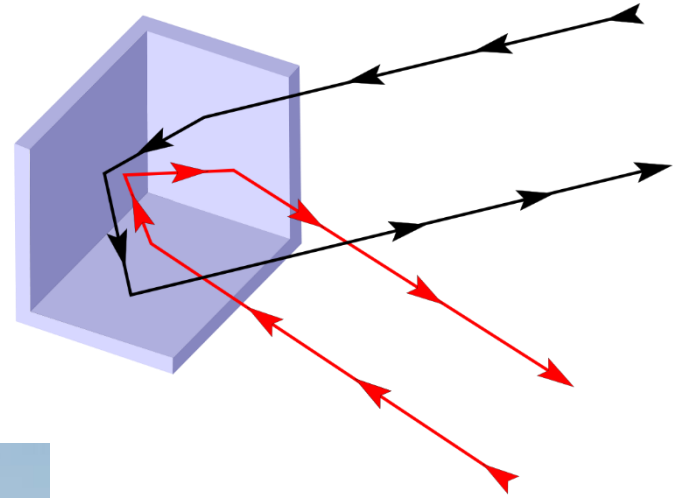
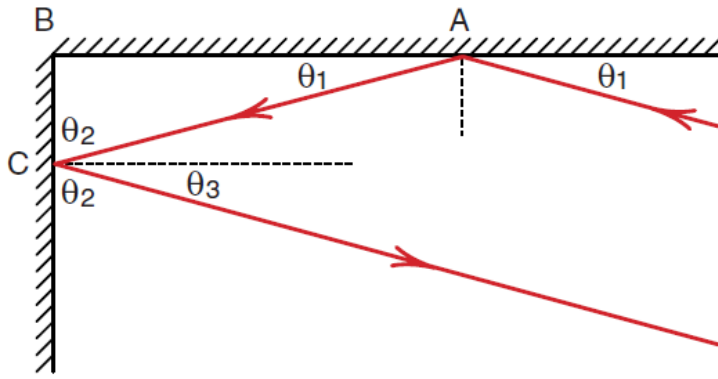
góra – dół

lewo – prawo

przód – tył

# Załamanie i odbicie światła

## Odbicie światła – corner reflector

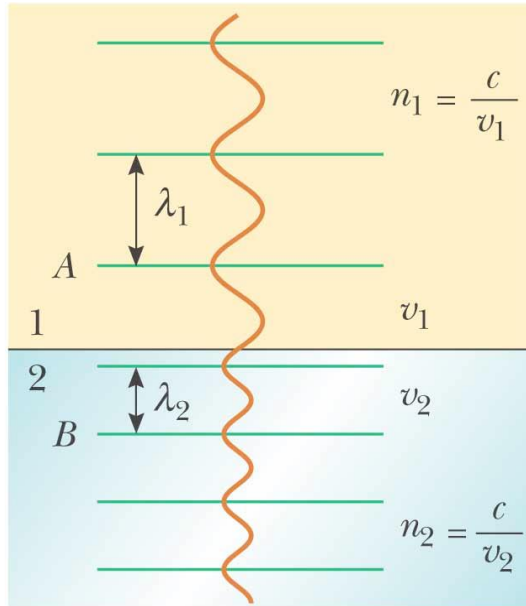


[en.wikipedia.org/wiki/Corner\\_reflector](http://en.wikipedia.org/wiki/Corner_reflector)



# Załamanie i odbicie światła

## Światło na granicy ośrodków



*icecube.wisc.edu*

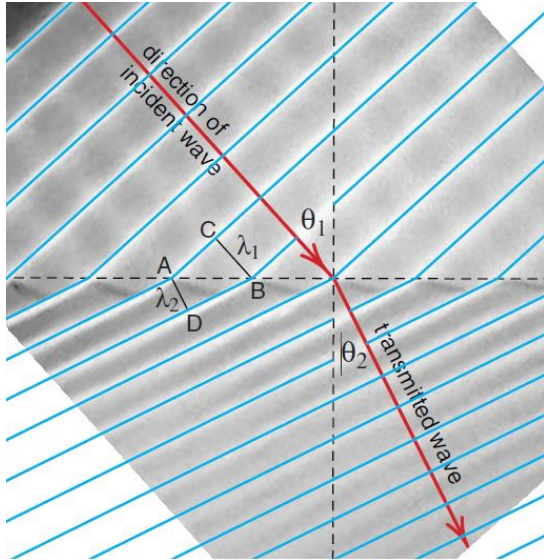
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



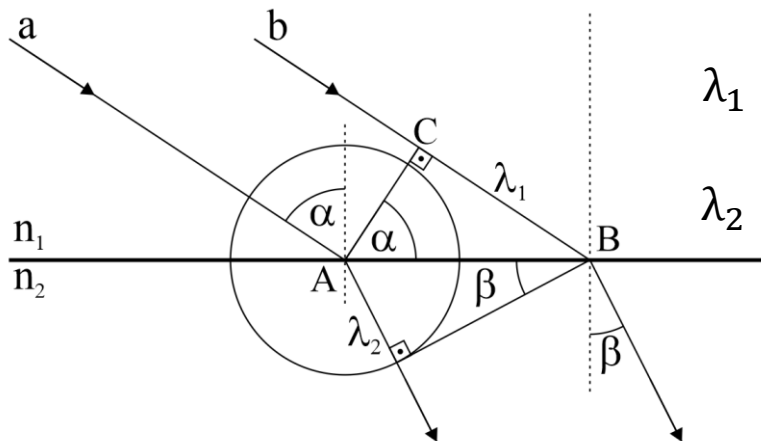
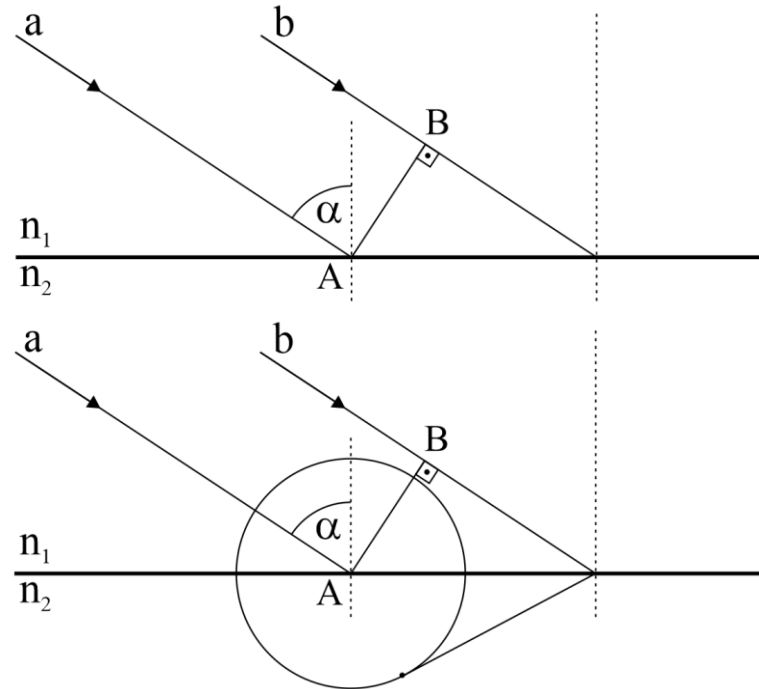
# Załamania i odbicie światła



## Załamania światła – z zasady Huygensa



E. R. Huggins, *Physics 2000, Geometrical Optics*



$$\lambda_1 = \overline{AB} \sin(\theta_1) = \frac{\lambda_0}{n_1}$$

$$\lambda_2 = \overline{AC} \sin(\theta_2) = \frac{\lambda_0}{n_2}$$

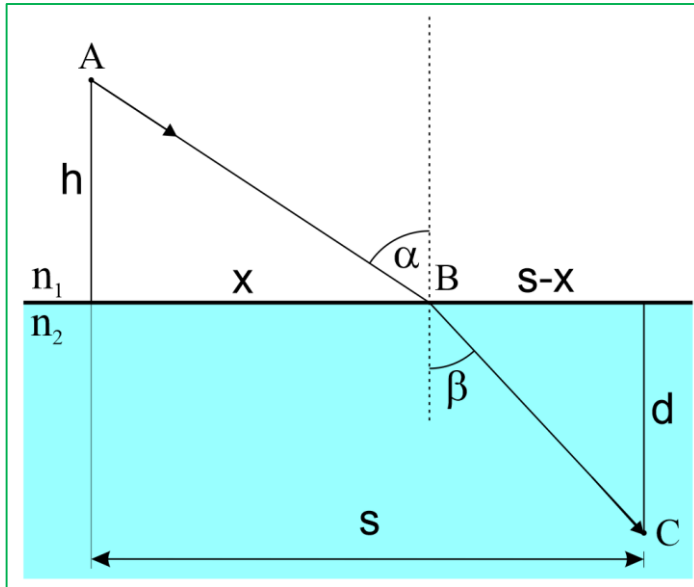
### Prawo Snella

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

# Załamanie i odbicie światła

## Załamanie światła – z zasady Fermata



$$S = vt \rightarrow t = \frac{S}{v}$$

$$t = \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{d^2 + (s-x)^2}}{v'}$$

$$t = \frac{n_1 \sqrt{h^2 + x^2} + n_2 \sqrt{d^2 + (s-x)^2}}{c}$$

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\frac{n_1 x}{\sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{n_2 (s-x)}{\sqrt{d^2 + (s-x)^2}} = 0$$

$$\sin(\alpha) = \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}}; \quad \sin(\beta) = \frac{(s-x)}{\sqrt{d^2 + (s-x)^2}}$$

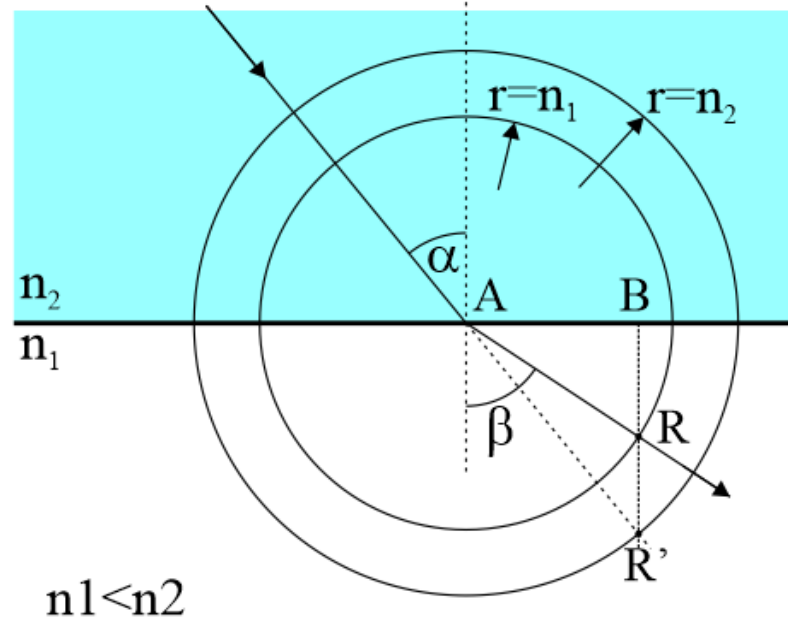
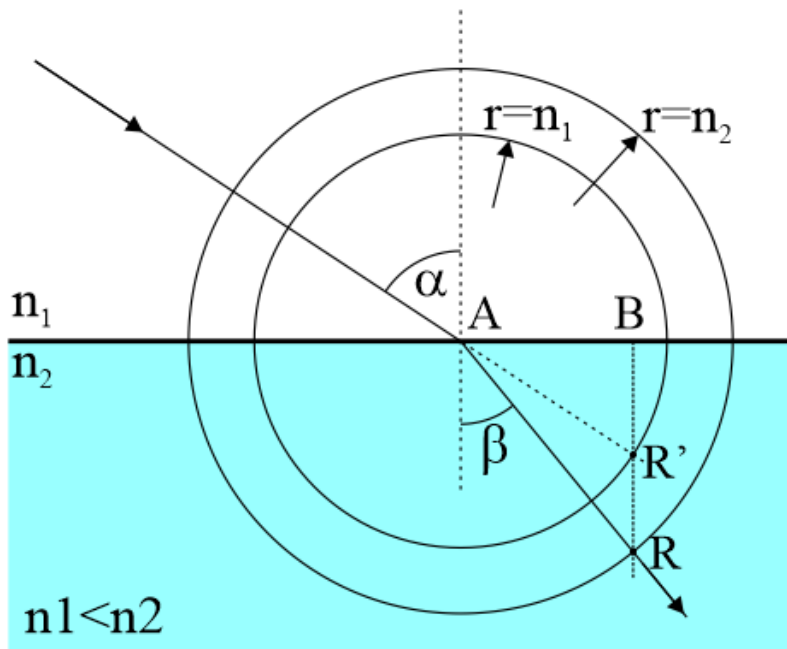
### Prawo Snella

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$$

# Załamanie i odbicie światła

## Załamanie światła – metoda Younga



### Prawo Snella

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{AB/AR'}{AB/AR} = \frac{AR}{AR'} = \frac{n_2}{n_1}$$

## Optyka geometryczna - aksjomaty

- Światło w ośrodku jednorodnym propaguje się po liniach prostych – promieniach
- Bezwzględny współczynnik załamania  $n = \frac{c}{v}$ , gdzie  $v$  – prędkość światła w danym ośrodku
- Gdy promień przechodzi z ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania  $n_1$  do ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania  $n_2$  to ulega załamaniu:
  - Promień padający i promień załamany leżą w jednej płaszczyźnie
  - Spełnione jest prawo Snella:  $n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$
- Przy odbiciu obowiązuje prawo odbicia:
  - Promień padający i promień odbity leżą w jednej płaszczyźnie
  - Kąt odbicia równy jest kątowi padania:  $\alpha = \beta$

# Załamanie i odbicie światła

## Optyka geometryczna - aksjomaty

- Światło w ośrodku jednorodnym propaguje się po liniach prostych – promieniach
- Bezwzględny współczynnik załamania  $n = \frac{c}{v}$ , gdzie  $v$  – prędkość światła w danym ośrodku
- Gdy promień przechodzi z ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania  $n_1$  do ośrodka o bezwzględnym współczynniku załamania  $n_2$  to ulega załamaniu:
  - Promień padający i promień załamany leżą w jednej płaszczyźnie
  - Spełnione jest prawo Snella:  $n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$
- Przy odbiciu obowiązuje prawo odbicia:
  - Promień padający i promień odbity leżą w jednej płaszczyźnie
  - Kąt odbicia równy jest kątowi padania:  $\alpha = \beta$

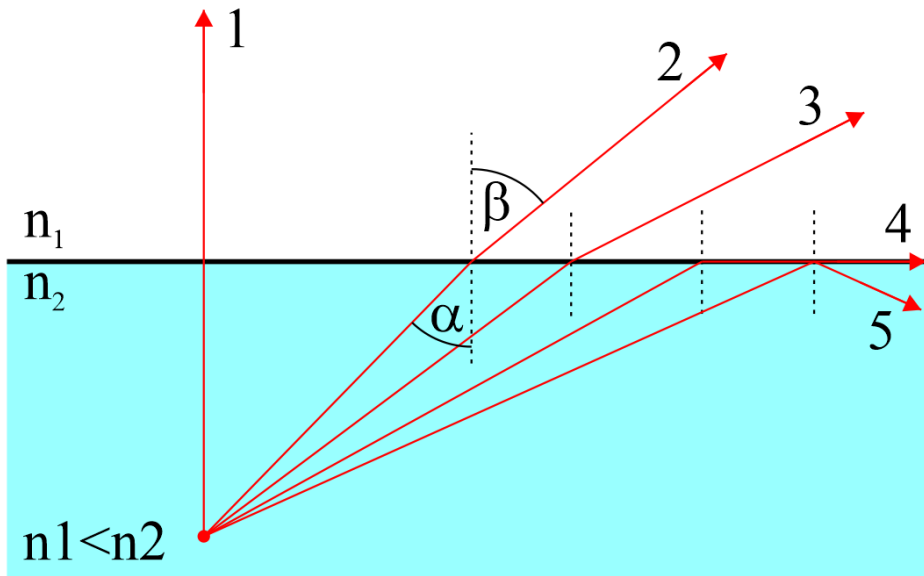
## Optyka geometryczna – ograniczenia

- Brak zależności od długości fali – dyspersja
- Z promieniem nie jest związana moc światła – podział mocy na granicy ośrodków
- Nie wyjaśnia zjawisk dyfrakcji, interferencji, polaryzacji

# Załamanie i odbicie światła

## Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)

- Przy przechodzeniu światła z ośrodka o większym  $n'$  do ośrodka o mniejszym  $n$ , może nastąpić sytuacja, gdy kąt załamania jest równy lub większy niż  $90^\circ$ , co znaczy, że światło nie może przedostać się przez granicę ośrodków.
- Zjawisko to nazywa się **całkowitym wewnętrznym odbiciem** i jest powszechne w przyrodzie oraz szeroko wykorzystywane w technice.
- TIR (ang. *Total Internal Reflection*)



$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\sin(\beta) = \frac{n_2}{n_1} \sin(\alpha) > 1$$

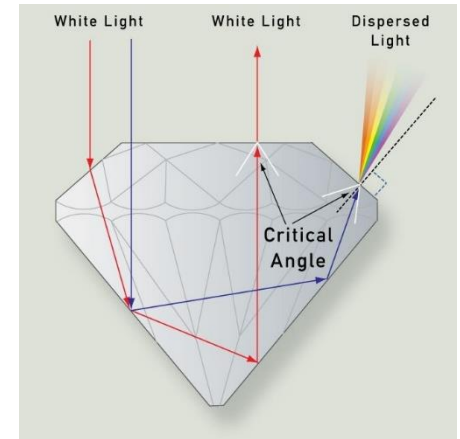
Promień 4 – kąt graniczny

# Załamanie i odbicie światła

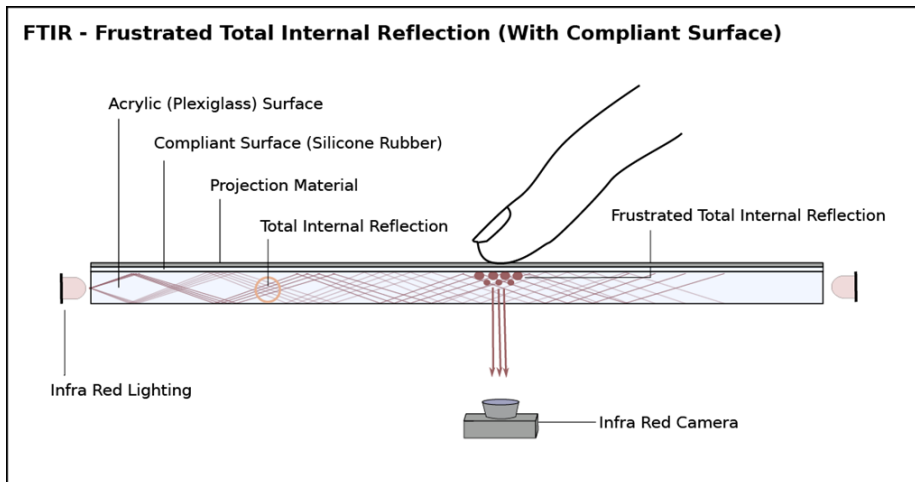
## Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)



*blogs.cisco.com*



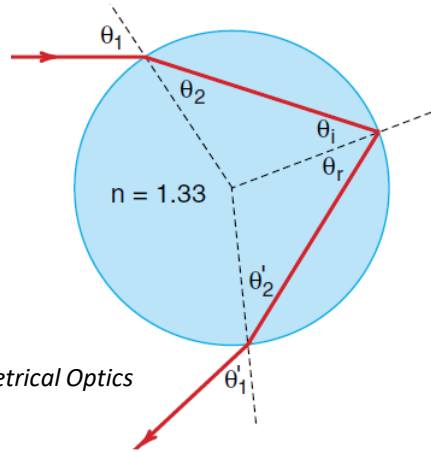
*www.askitians.com*



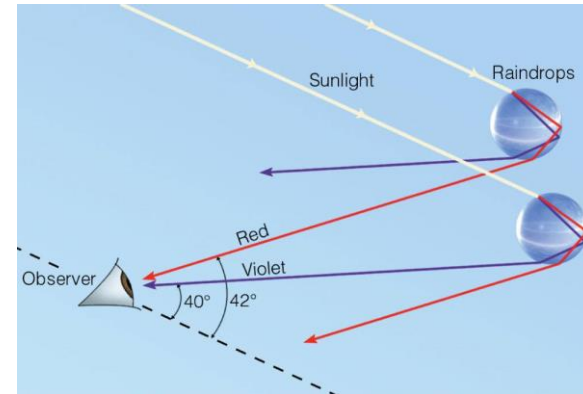
*sethsandler.com*

# Załamanie i odbicie światła

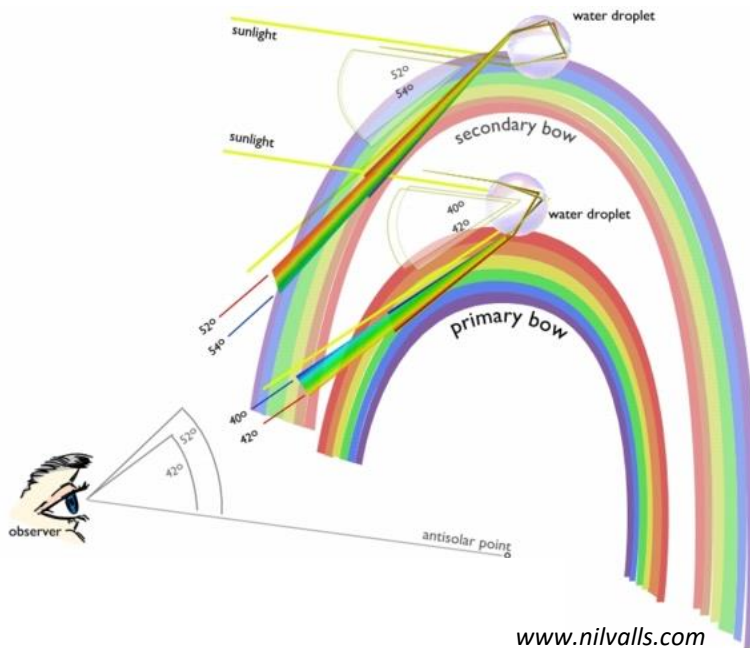
## Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)



*E. R. Huggins, Physics 2000, Geometrical Optics*



*esfsciencenew.wordpress.com*



*www.nilvalls.com*

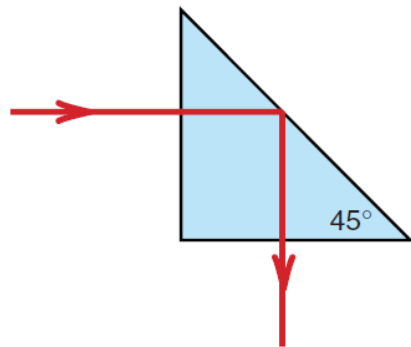


*www.tapeciarnia.pl*

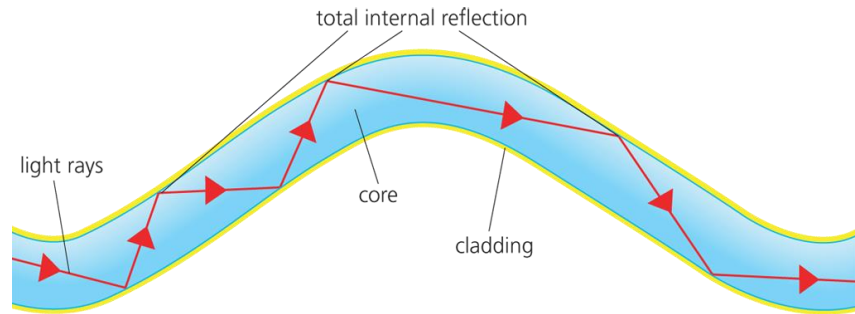


# Załamanie i odbicie światła

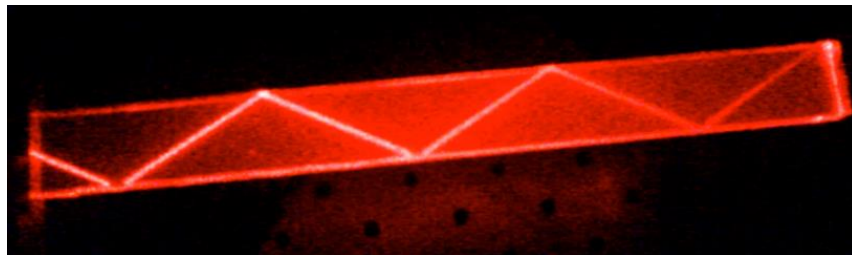
## Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR)



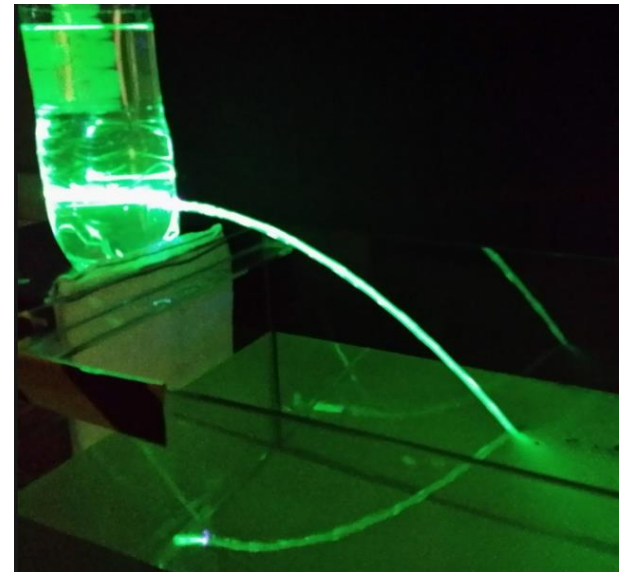
*E. R. Huggins, Physics 2000, Geometrical Optics*



*connect.collins.co.uk*



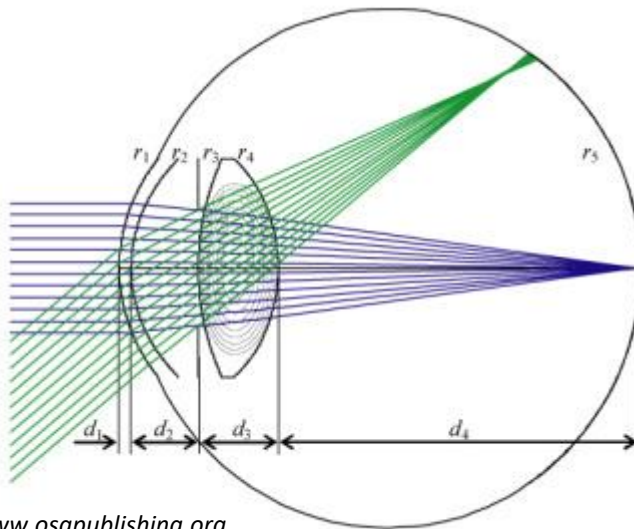
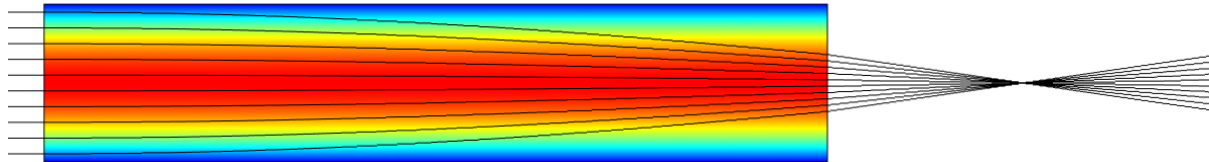
*intl.siyavula.com*



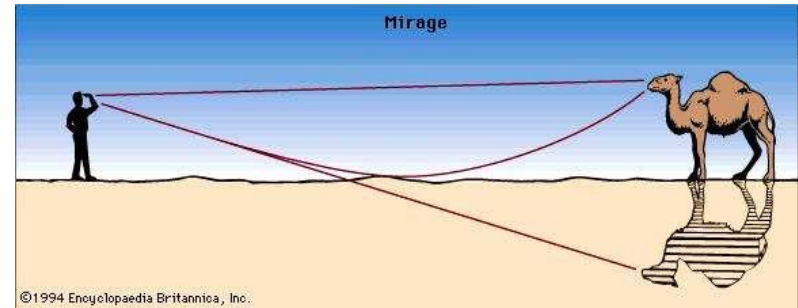
*steemit.com*

# Propagacja światła w ośrodku niejednorodnym

## GRIN – GRadient INdex optics



[www.osapublishing.org](http://www.osapublishing.org)



©1994 Encyclopaedia Britannica, Inc.

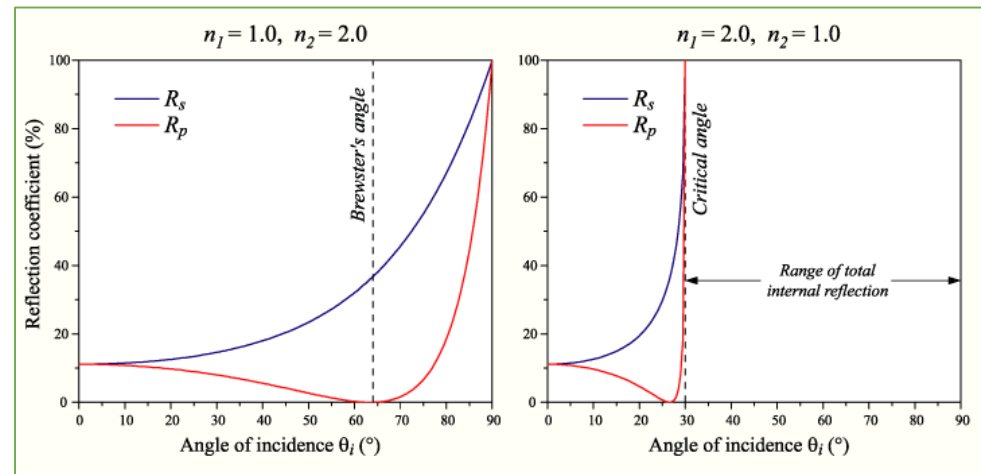
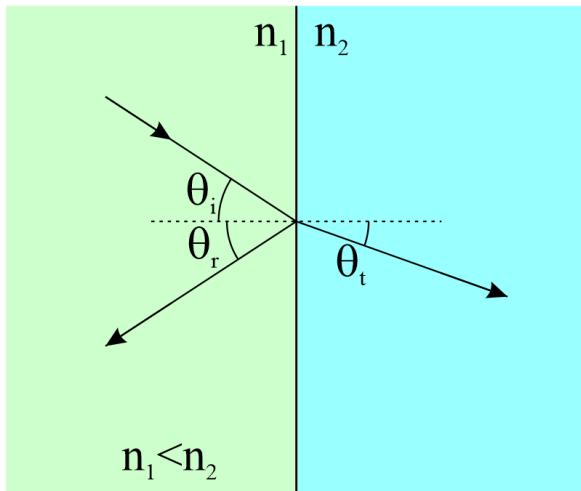


[www.scienceabc.com](http://www.scienceabc.com)



## Odbicie światła na granicy ośrodków – wzory Fresnela

- Wzory Fresnela wskazują, jaka część energii padającej fali światła jest odbita na granicy ośrodków o różnym współczynniku załamania.
- Współczynniki odbicia  $R_s$  i  $R_p$  zależą od polaryzacji światła.



$$R_s = \left[ \frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \right]^2 = \left( \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \right)^2 = \left[ \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2}}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2}} \right]^2$$

$$R_p = \left[ \frac{\tan(\theta_t - \theta_i)}{\tan(\theta_t + \theta_i)} \right]^2 = \left( \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \right)^2 = \left[ \frac{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2} - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2} + n_2 \cos \theta_i} \right]^2$$

## Odbicie światła na granicy ośrodków – wzory Fresnela dla małych kątów

- Łatwo zauważyć, że dla małych kątów różnica współczynnika odbicia dla różnych polaryzacji staje się mała, czyli obie polaryzacje są odbijane niemal jednakowo.
- Im większa różnica współczynników załamania, tym większe odbicie.

$$R = \left[ \frac{(n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)} \right]^2$$

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 1.0 \\ n_2 = 1.5 \end{array} \right\} \rightarrow R = 0,04$$

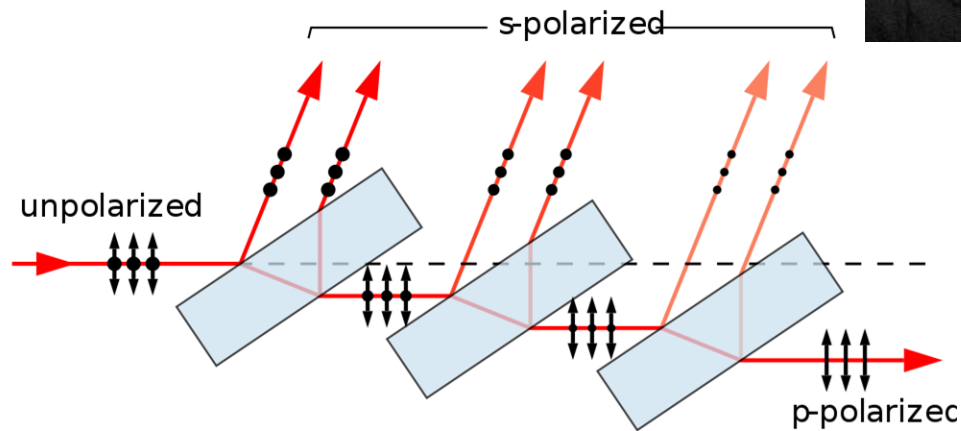
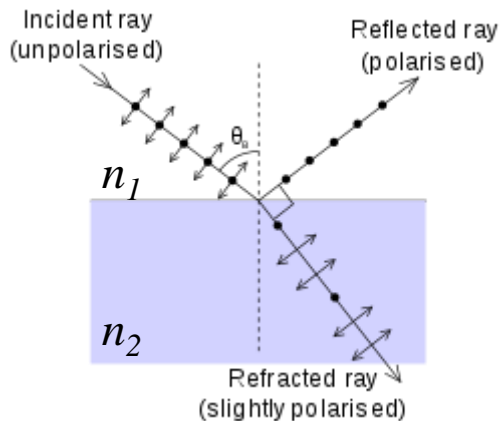
$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 1.0 \\ n_2 = 1.9 \end{array} \right\} \rightarrow R = 0,096 \approx 10\%$$

# Załamanie i odbicie światła

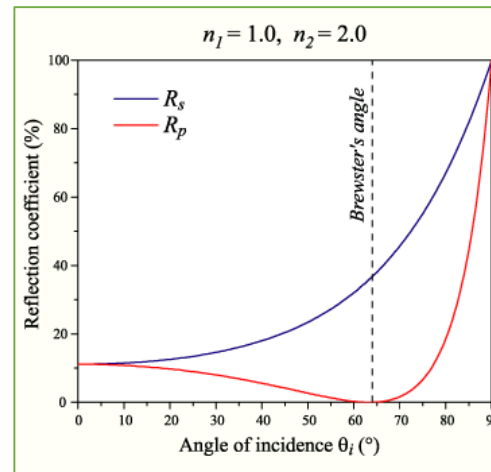


## Odbicie światła na granicy ośrodków – kąt Brewstera

Kąt pomiędzy promieniem odbitym i załamanym wynosi  $=2\pi$



$$\operatorname{tg}\theta = \frac{n_2}{n_1}$$



# Płytko płasko-równoległa \*\*\*

## Płytko płasko-równoległa:

- najprostszy element optyczny
- wprowadza przesunięcie promienia światła  $\Delta$ , bez zmiany kierunku propagacji
- Przesunięcie  $\Delta$  zależy od współczynnika załamania materiału, z którego jest wykonana płytka
- Dla światła polichromatycznego następuje dodatkowo rozszczepienie światła, spowodowane dyspersją

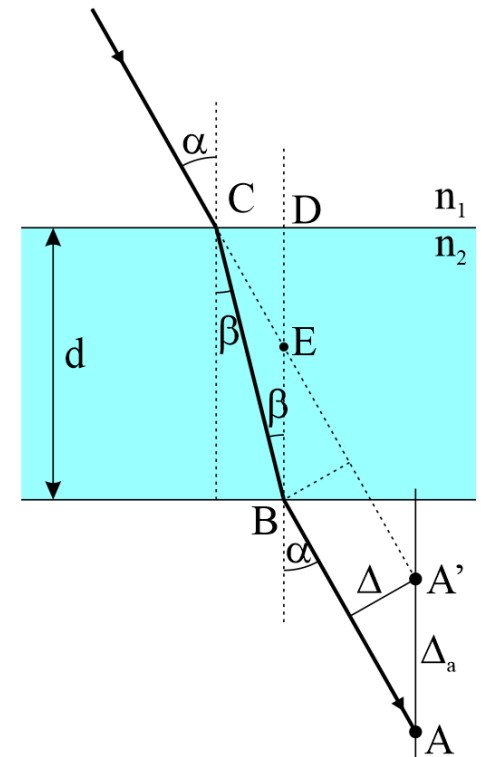
$$\triangle BCD \rightarrow CB = \frac{d}{\cos \beta}$$

$$\frac{\Delta}{CB} = \sin(\alpha - \beta) \quad , \quad \frac{\Delta}{\Delta_a} = \sin \alpha$$

$$\Delta_a = \frac{\Delta}{\sin \alpha} = \frac{CB \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$$

$$\Delta_a = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cos \beta} \approx d \frac{\alpha - \beta}{\alpha} = d \left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right) = d \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \text{ Podniesienie obrazu}$$

$$\Delta = \Delta_a \sin \alpha = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \text{ Przesunięcie obrazu}$$



# Płytko płasko-równoległa

z prawa załamania:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}$$

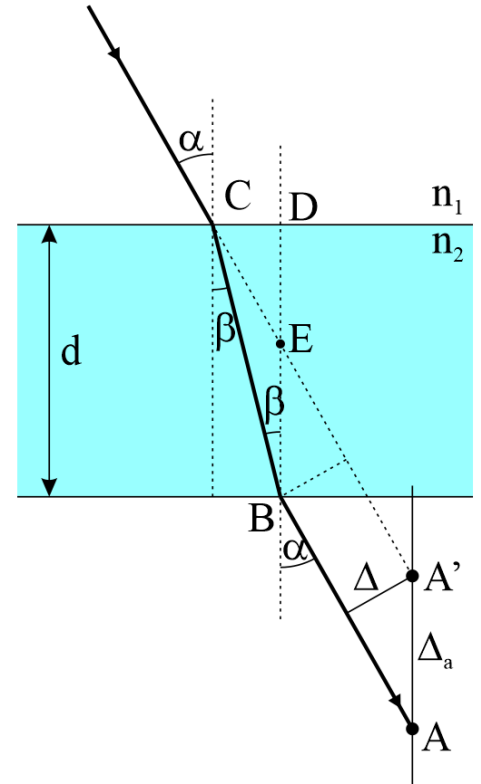
z „jedenki trygonometrycznej”:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2 \sin^2 \alpha}{n_2^2}} = \frac{1}{n_1} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\Delta = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = d \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \beta} = d \sin \alpha - \frac{d \cos \alpha \sin \beta}{\cos \beta} =$$

$$= d \sin \alpha - \frac{d \cos \alpha \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}}{\frac{1}{n_1} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} = d \sin \alpha \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right)$$

Przesunięcie obrazu

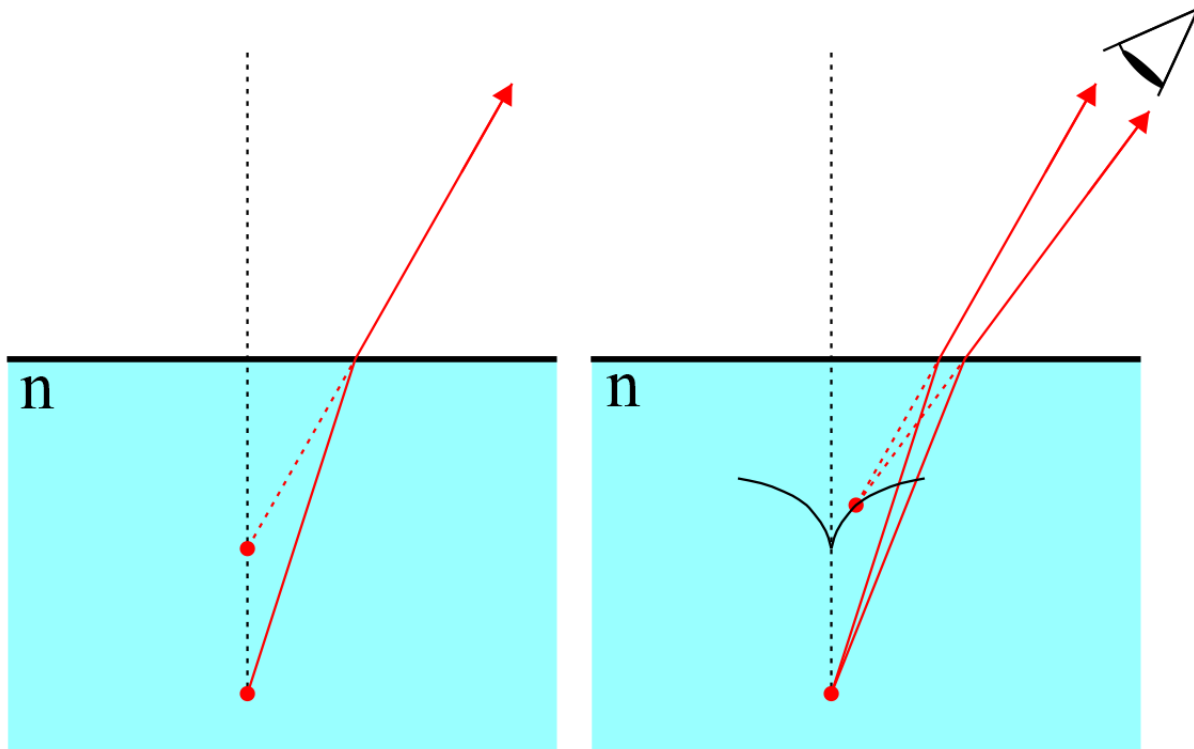


W powietrzu:

$$\Delta_a = d \left( 1 - \frac{1}{n_2} \right)$$

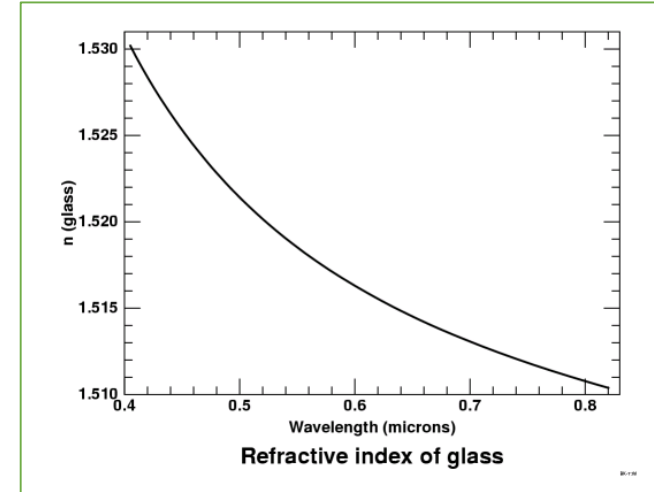
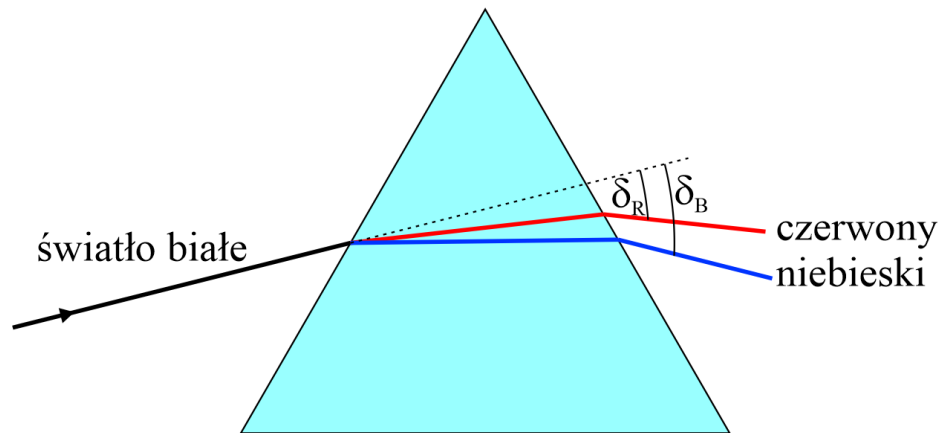
$$\Delta = d \sin \alpha \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right)$$

# Płytko płasko-równoległa

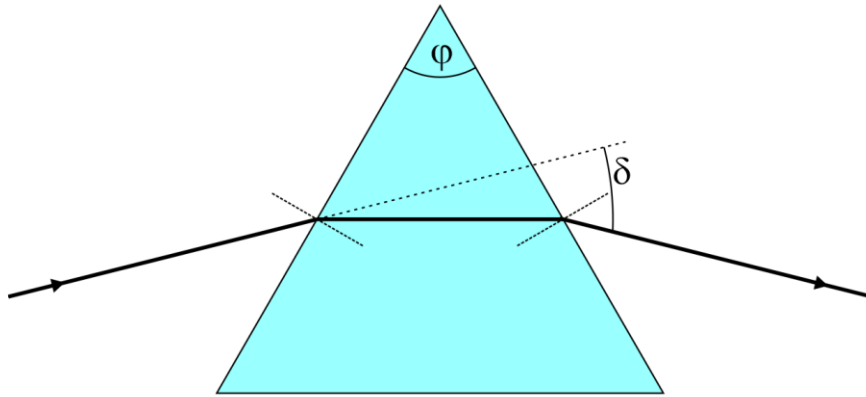




# Pryzmat



- **Pryzmat** – ośrodek ograniczony dwiema nierównoległymi płaszczyznami.
- **Krawędź łamiąca** – prosta powstała z przecięcia obu płaszczyzn.
- **Kąt łamiący** – kąt między płaszczyznami.



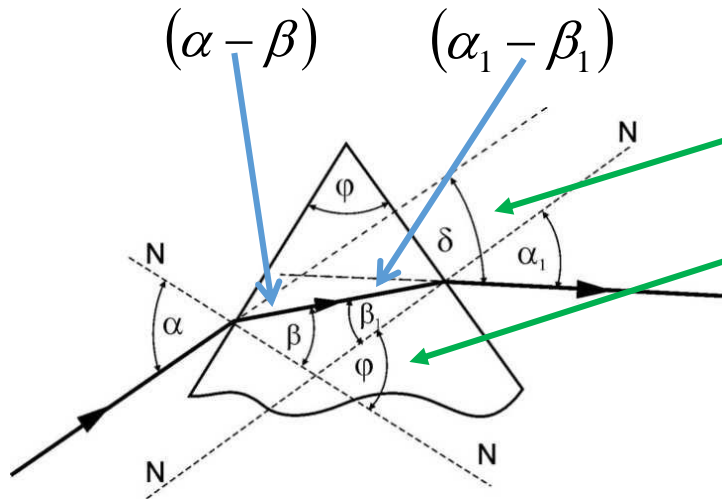
Odchylenie promienia  $\delta$  jest najmniejsze, gdy światło biegnie przez pryzmat symetrycznie

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)}$$

Klin – gdy mały kąt łamiący

$$\delta_k = (n - 1)\gamma$$

# Pryzmat

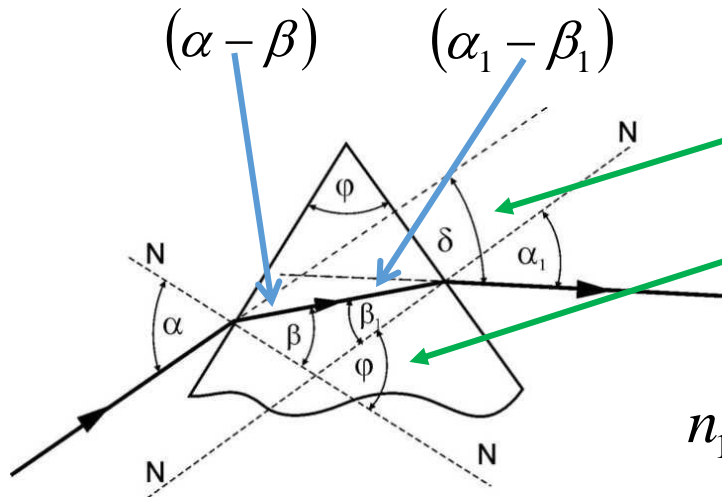


z trójkątów:

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha_1 - \beta_1)$$

$$\varphi = \beta + \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = \varphi - \beta$$

# Pryzmat



z trójkątów:

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha_1 - \beta_1)$$

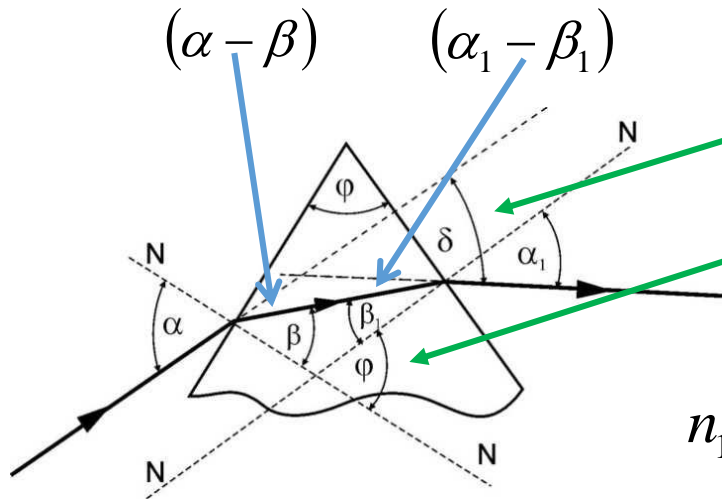
$$\varphi = \beta + \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = \varphi - \beta$$

z prawa Snella:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \beta_1 \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \beta_1\right)$$

# Pryzmat



z trójkątów:

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha_1 - \beta_1)$$

$$\varphi = \beta + \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = \varphi - \beta$$

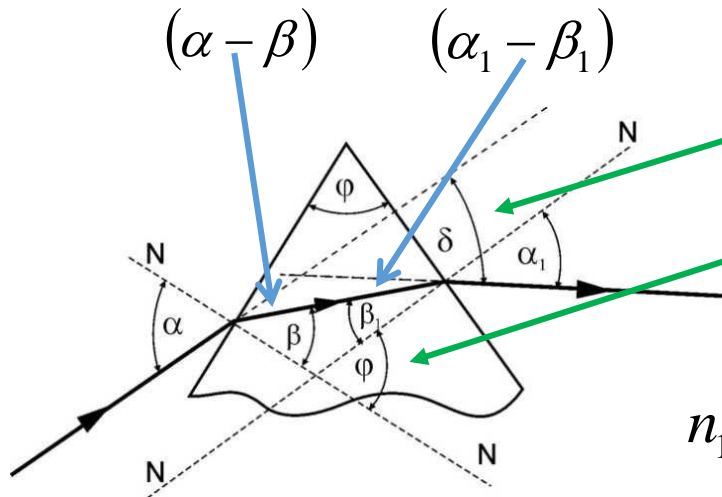
z prawa Snella:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \beta_1 \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \beta_1\right)$$

$$\delta = \left( \alpha - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right) \right) + \left( \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin\left(\varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)\right)\right) \right) - \left( \varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right) \right)$$

# Pryzmat



z trójkątów:

$$\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha_1 - \beta_1)$$

$$\varphi = \beta + \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = \varphi - \beta$$

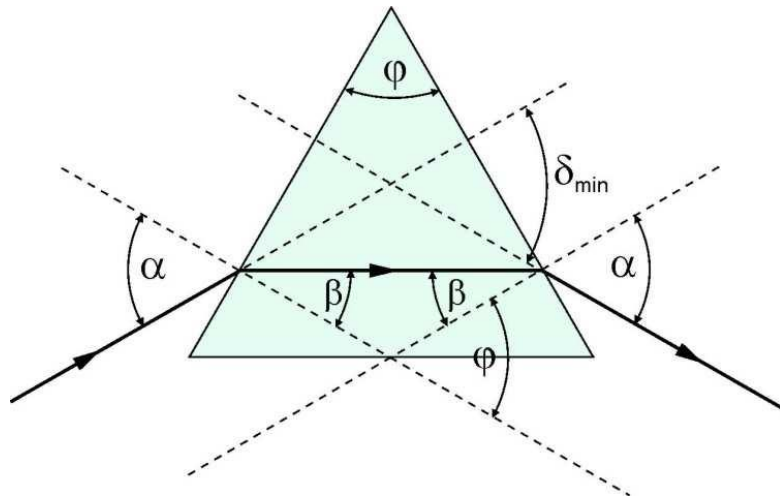
z prawa Snella:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \beta_1 \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \beta_1\right)$$

$$\delta = \left( \alpha - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right) \right) + \left( \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin\left(\varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)\right)\right) \right) - \left( \varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right) \right)$$

$$\delta = (\alpha - \varphi) + \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin\left(\varphi - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha\right)\right)\right)$$



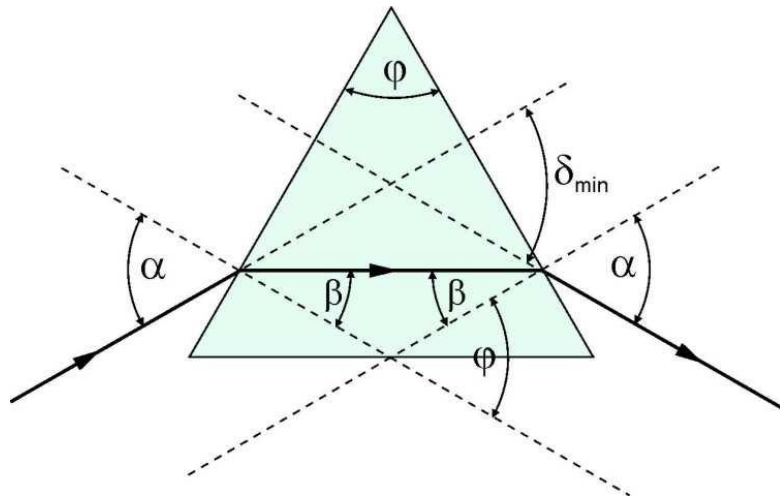
Przypadek symetryczny:

$$\varphi = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\varphi}{2}$$

$$\delta_{\min} = (\alpha - \beta) + ([\alpha_1 = \alpha] - [\beta_1 = \beta])$$

$$\delta_{\min} = 2\alpha - 2\beta$$

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}$$



Przypadek symetryczny:

$$\varphi = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\varphi}{2}$$

$$\delta_{\min} = (\alpha - \beta) + ([\alpha_1 = \alpha] - [\beta_1 = \beta])$$

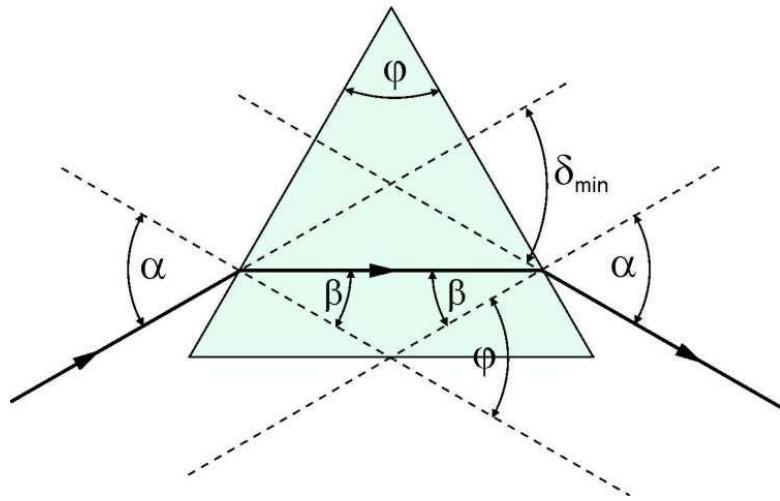
$$\delta_{\min} = 2\alpha - 2\beta$$

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}$$

$$\sin \alpha = n \sin \beta \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$





Przypadek symetryczny:

$$\varphi = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\varphi}{2}$$

$$\delta_{\min} = (\alpha - \beta) + ([\alpha_1 = \alpha] - [\beta_1 = \beta])$$

$$\delta_{\min} = 2\alpha - 2\beta$$

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}$$

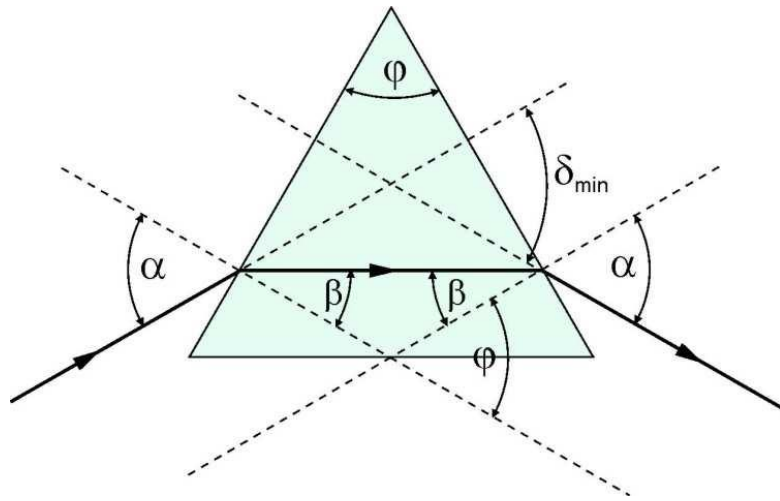
$$\sin \alpha = n \sin \beta \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Dla klina -  $\varphi$  małe:  $\sin \theta \approx \theta$

$$n = \frac{\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{\varphi} \Rightarrow \delta_{\min} = \varphi(n - 1)$$

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

# Pryzmat



$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

