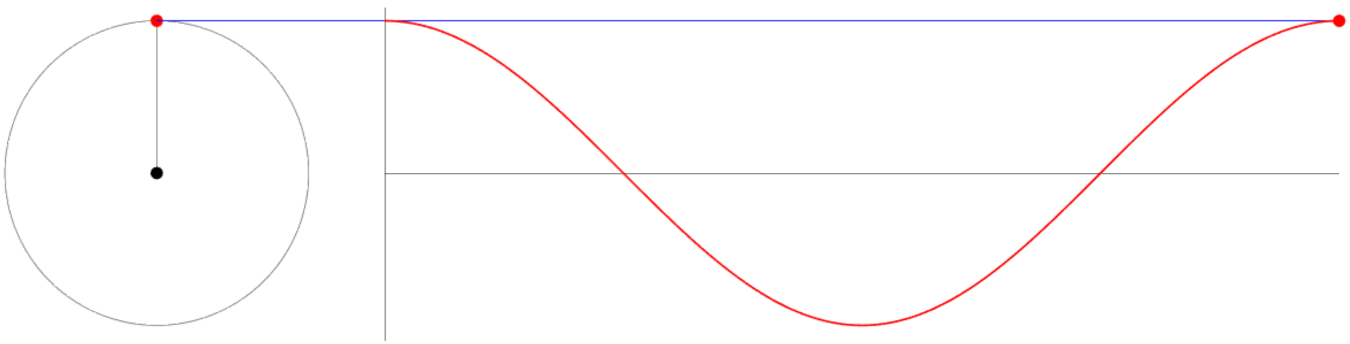
WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ

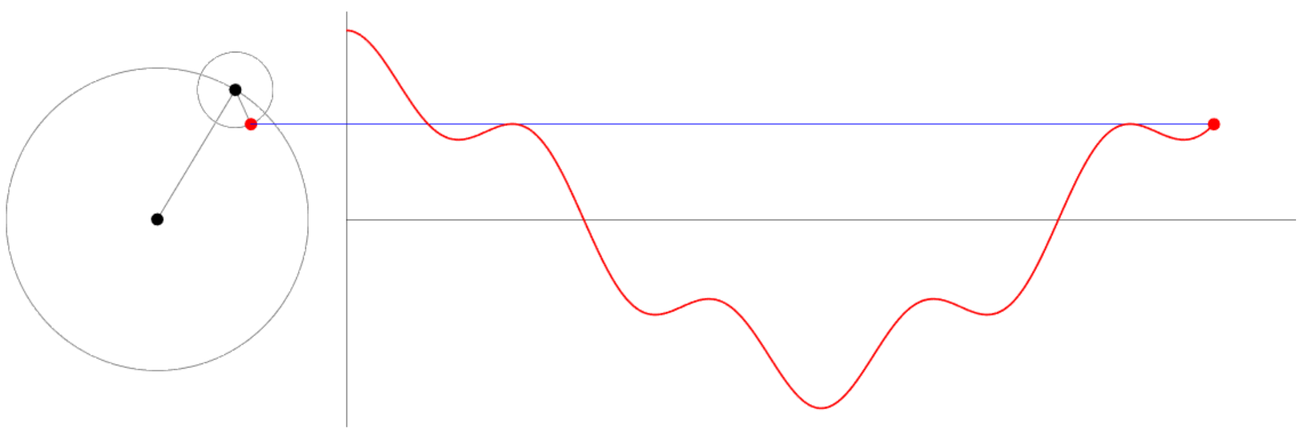
dr hab. Rafał Kasztelanic

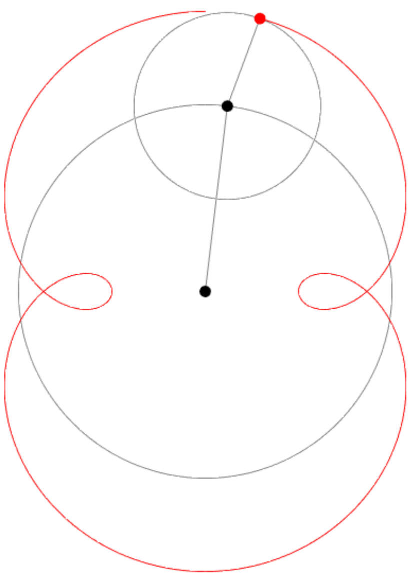
WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ – program ogólny

Co to jest:

OPTYKA FOURIEROWSKA
ANALIZA FOURIEROWSKA







FourierMain_1
FourierMain_2
FourierMain_3
FourierMain2D_2
FourierMain2D_Na

WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ – program ogólny

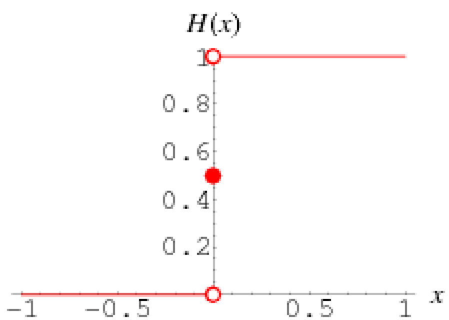
- Funkcje specjalne
- Splot, korelacja, autokorelacja
- 2D transformata Fouriera
- Układy liniowe
  - odpowiedź impulsowa
  - funkcja przenoszenia
  - koherentne, niekoherentne
- Fala płaska
  - rozkład pola na fale płaskie
  - przestrzeń swobodna jako filtr częstości przestrzennych
- Dyfrakcja
  - Fresnela
  - Fraunchofera
- Soczewka
  - soczewka jak element realizujący transformatę Fouriera
- Układy optyczny
  - układ optyczny jako filtr częstości przestrzennych
    - koherentne, niekoherentne
  - Korelator 4f
  - Realizacja korelacji i splotu
  - Rozpoznawanie obrazów
- Filtracja częstości przestrzennych
  - kontrast fazowy
  - rozpoznawanie obrazów
- Aberracje optyczne w ujęciu falowym
- Głębia ostrości
  - Soczewki wieloogniskowe

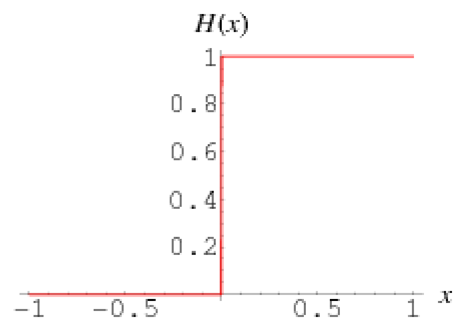
Funkcje specjalne

Funkcja skokowa Heaviside'a

$$H[n] = \begin{cases} 0, & n < 0, \\ \frac{1}{2}, & n = 0, \\ 1, & n > 0, \end{cases}$$

$$\boxed{H[n] = \begin{cases} 0, & n < 0, \\ 1, & n \ge 0, \end{cases}}$$





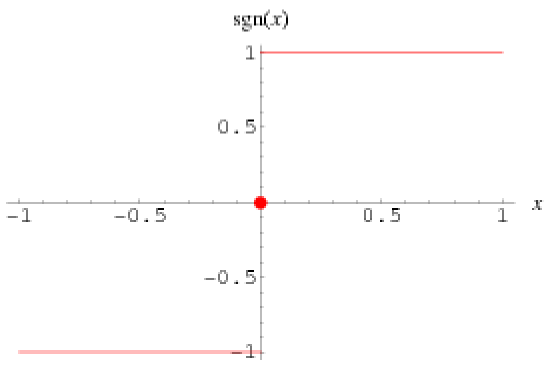
Krawędź

Funkcje specjalne

Funkcja signum (funkcja znaku)

$$sgn(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$\boxed{sgn(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}}$$

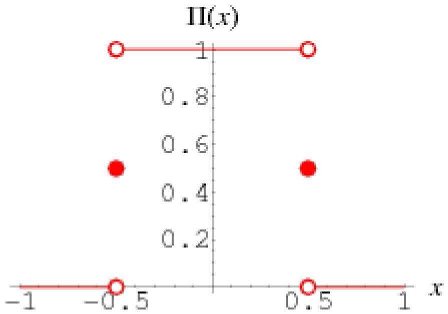


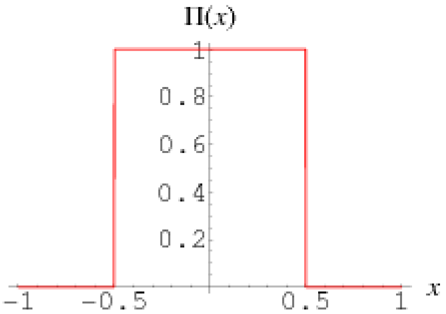
Funkcje specjalne

Funkcja prostokątna

$$\mathrm{rect}(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1/2 \\ 1/2 & |x| = 1/2 \\ 0 & |x| > 1/2 \end{cases}$$

$$\boxed{\mathrm{rect}(x) = \begin{cases} 1 & |x| \le 1/2 \\ 0 & |x| > 1/2 \end{cases}}$$



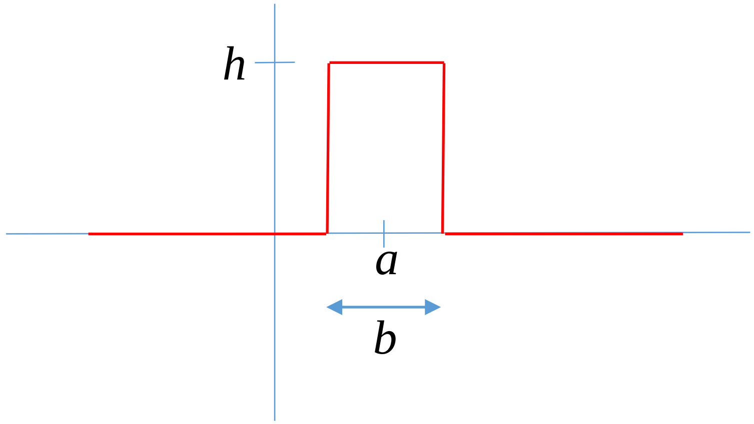


szczelina

Funkcje specjalne

Funkcja prostokątna – przesunięta, przeskalowana

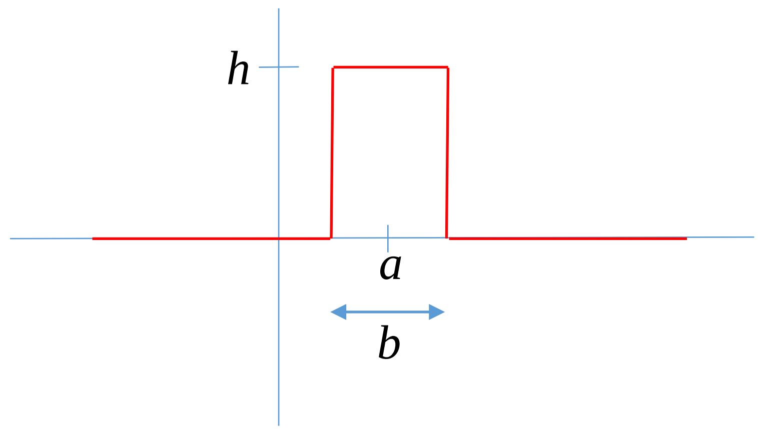
$$h\,\mathrm{rect}\left(\frac{x-a}{b}\right) = \begin{cases} h & \left|\frac{x-a}{b}\right| \leq 1/2 \\ 0 & \left|\frac{x-a}{b}\right| > 1/2 \end{cases}$$



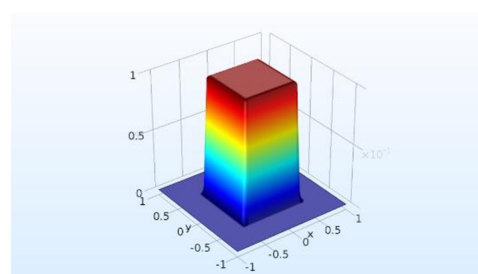
Funkcje specjalne

Funkcja prostokątna – przesunięta, przeskalowana

$$h\,\mathrm{rect}\left(\frac{x-a}{b}\right) = \begin{cases} h & \left|\frac{x-a}{b}\right| \leq 1/2 \\ 0 & \left|\frac{x-a}{b}\right| > 1/2 \end{cases}$$



$$rect(x,y) = rect(x)\,rect(y)$$

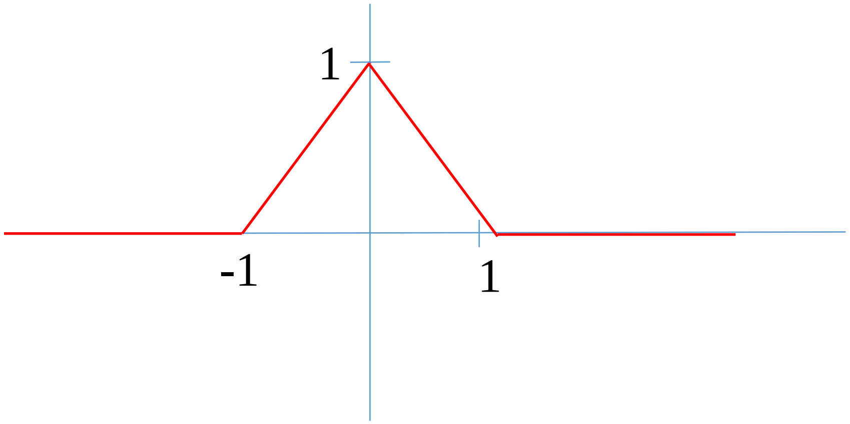


Otwór prostokątny

Funkcje specjalne

Funkcja trójkątna

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 - |x| & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

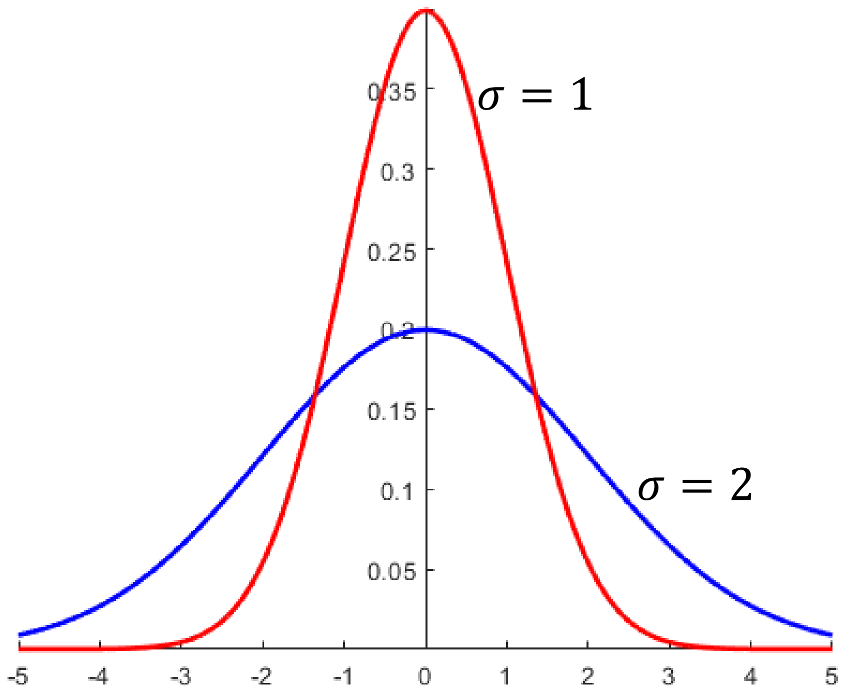


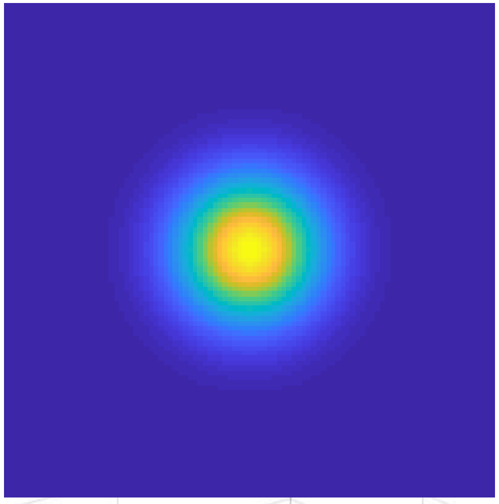
$$\Lambda(x, y) = \Lambda(x)\,\Lambda(y)$$

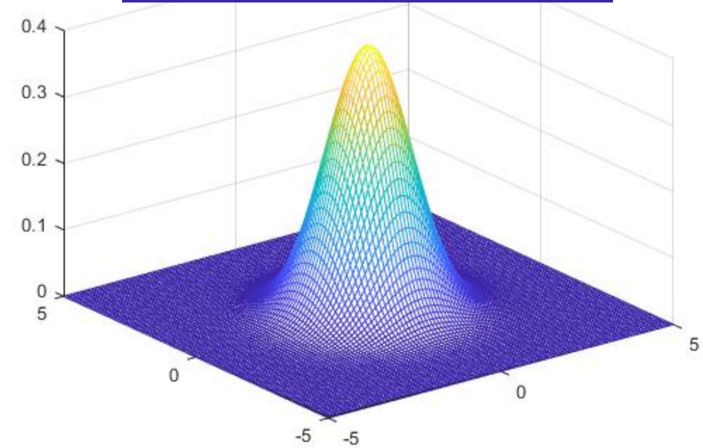
Do opisu układów niekoherentnych

Funkcja Gaussa (rozkład normalny)

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$





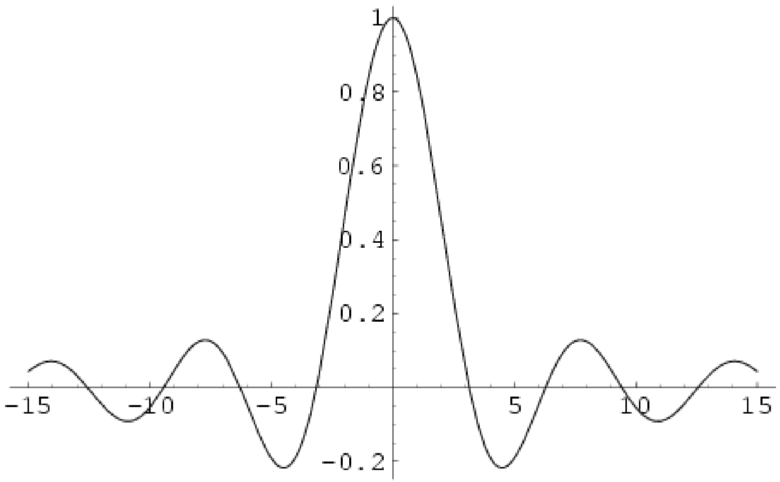


Rozkład światła na ekranie

Funkcje specjalne

Funkcja sincus

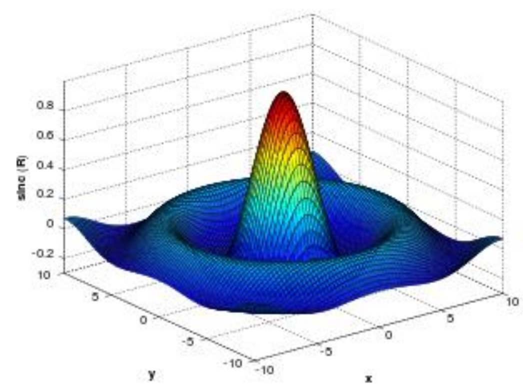
$$sinc(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

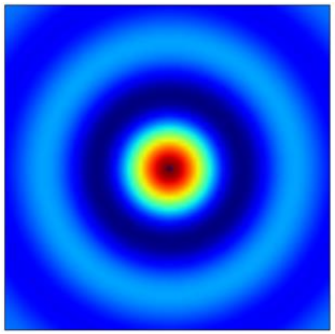


$$sinc(0) = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} sinc(x)\, dx = 1$$

$$sinc(x, y) = sinc(x)\, sinc(y)$$





Dyfrakcja, odpowiedź impulsowa

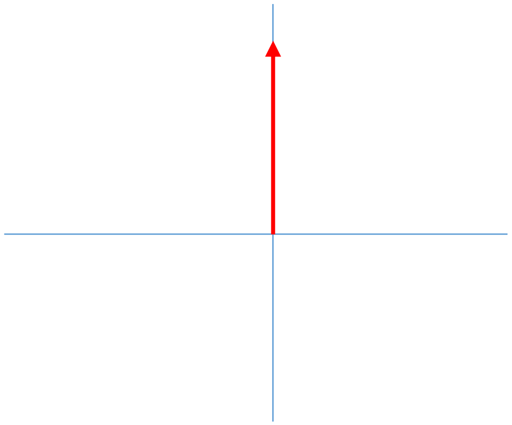
Funkcje specjalne

Funkcja delta Diraca

$$\delta(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \exp\left(\frac{-\pi x^2}{a^2}\right)$$

$$\delta(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \mathrm{rect}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\delta(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \mathrm{sinc}\left(\frac{x}{a}\right)$$



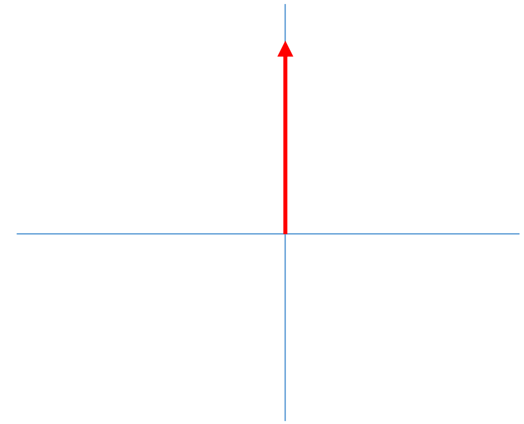
Funkcje specjalne

Funkcja delta Diraca

$$\delta(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \exp\left(\frac{-\pi x^2}{a^2}\right)$$

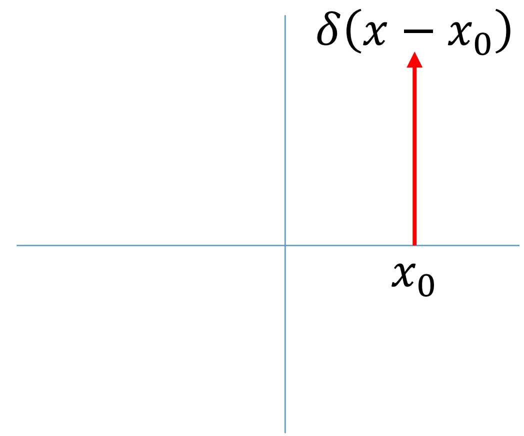
$$\delta(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \mathrm{rect}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\delta(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{a} \mathrm{sinc}\left(\frac{x}{a}\right)$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\, dx = 1$$

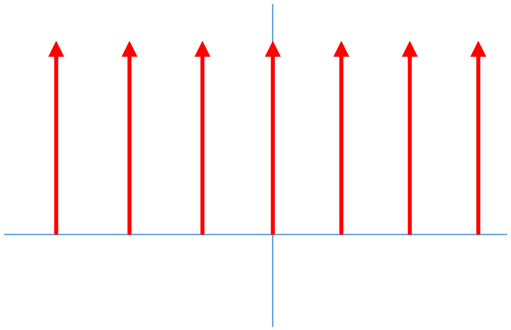
$$\int_{-\infty}^{\infty} g\, \delta(x - x_0)\, dx = g(x_0)$$



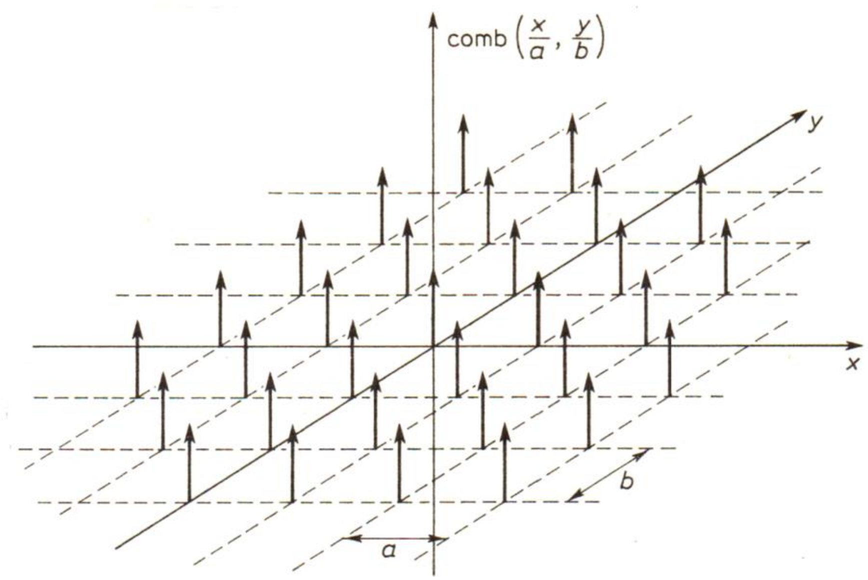
Funkcje specjalne

Funkcja grzebieniowa

$$comb(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-n)$$

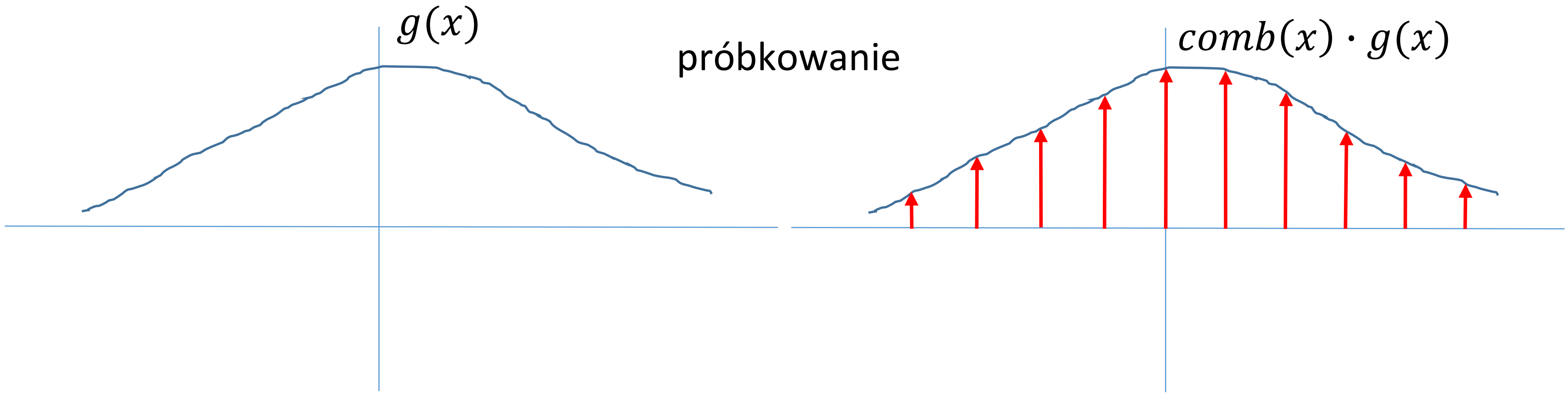


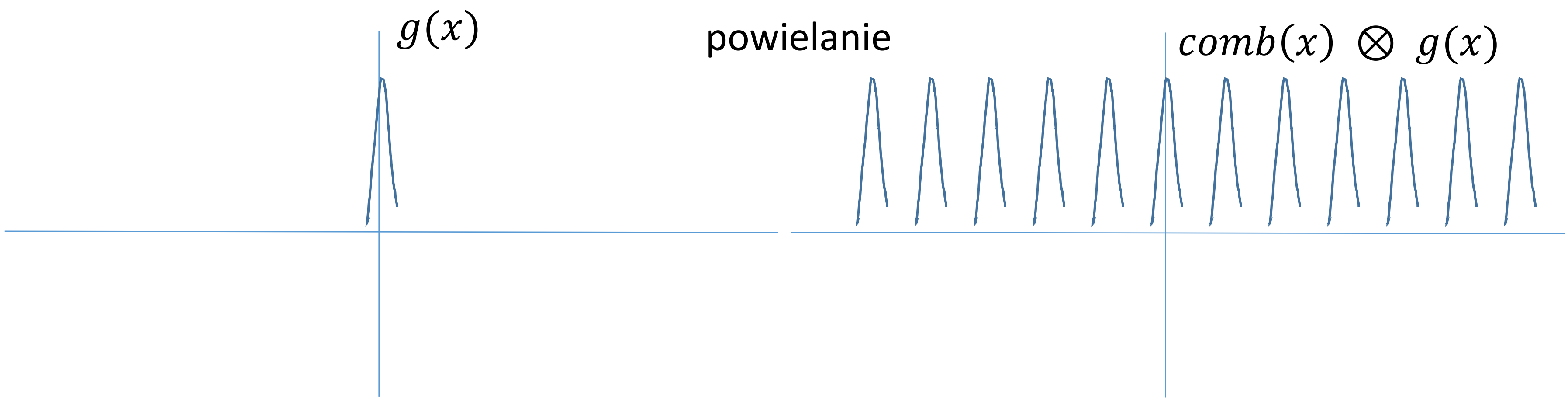
$$comb(x,y) = comb(x)\,comb(y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x-n, y-m)$$



Funkcje specjalne

Funkcja grzebieniowa

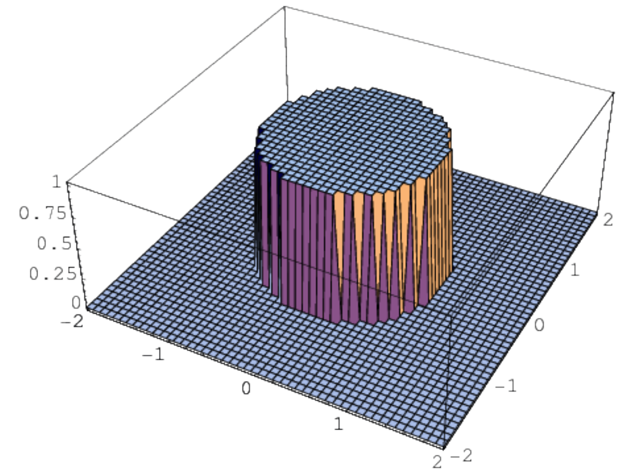




Funkcje specjalne

Funkcja kołowa

$$\mathrm{circ}(r) = \begin{cases} 1 & r \le 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases}$$

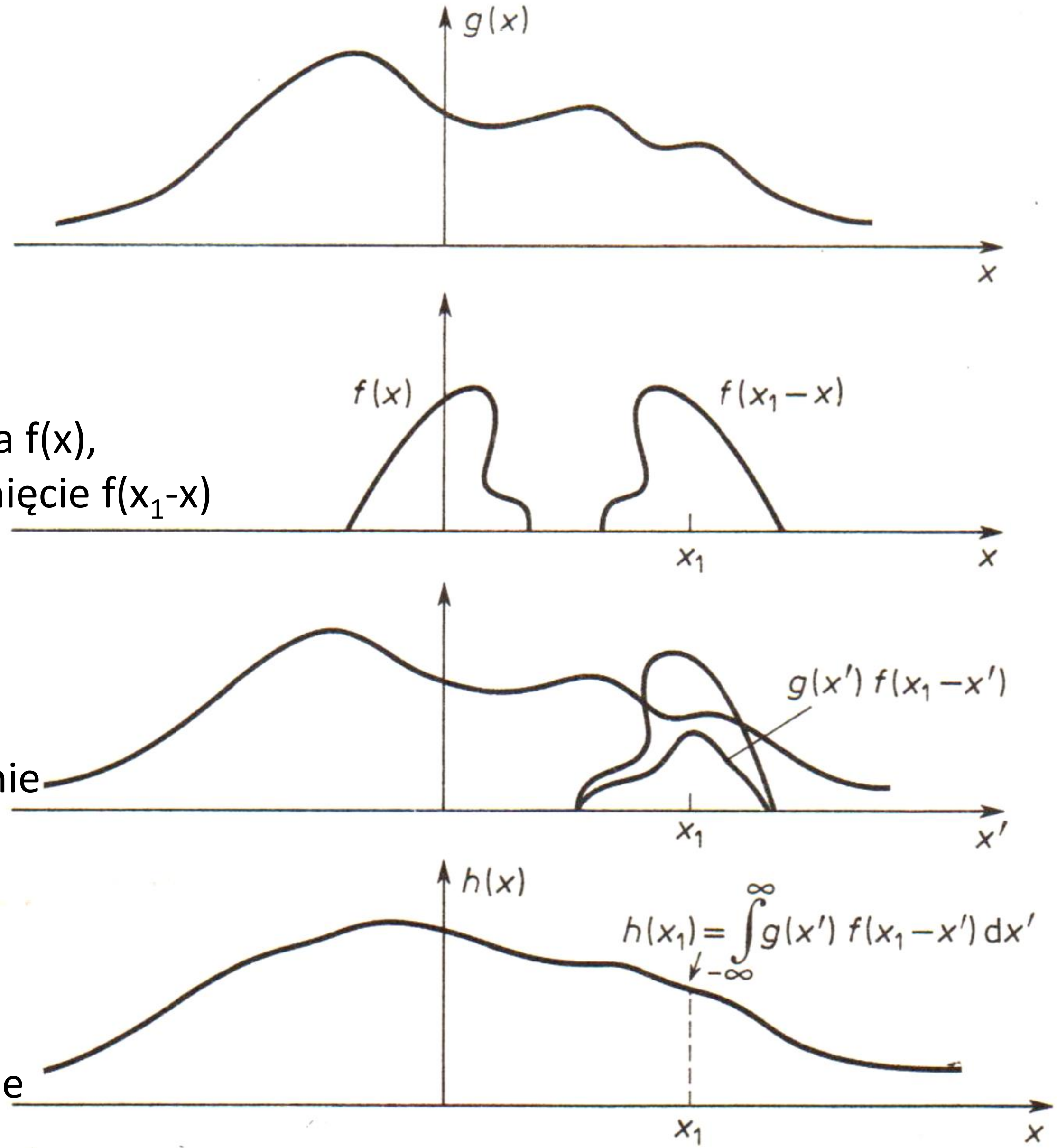


Apertura, otwór kołowy

Splot

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x - x')\, g(x')\, \mathrm{d}x'$$

$$h(x) = f(x) * g(x)$$



inwersja f(x),
przesunięcie $f(x_1\text{-}x)$

mnożenie

całkowanie

Splot

Własność przemienności:

$$f(x) * g(x) = g(x) * f(x)$$

Własność łączności:

$$[f(x) * g(x)] * q(x) = f(x) * [g(x) * q(x)]$$

Rozdzielność względem dodawania:

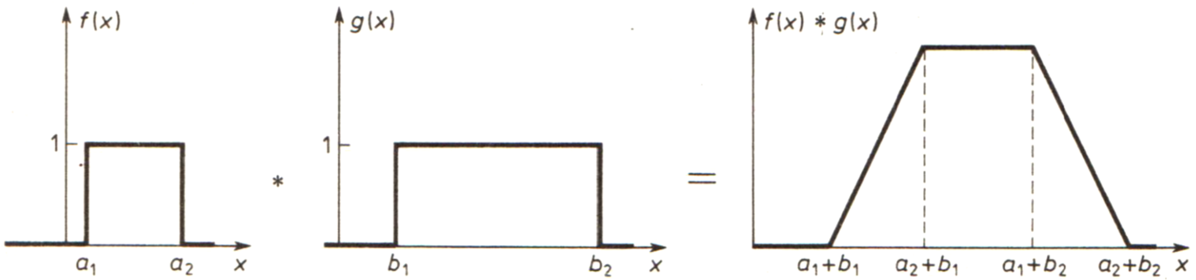
$$q(x) * [af(x) + bg(x)] = a[q(x) * f(x)] + b[q(x) * g(x)]$$

Niezmienniczość względem przesunięcia:

Jeśli $f(x) * g(x) = h(x)$

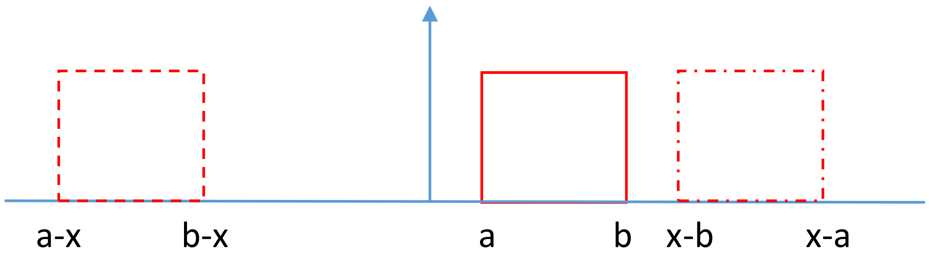
to $f(x - x_0) * g(x) = h(x - x_0)$

Splot



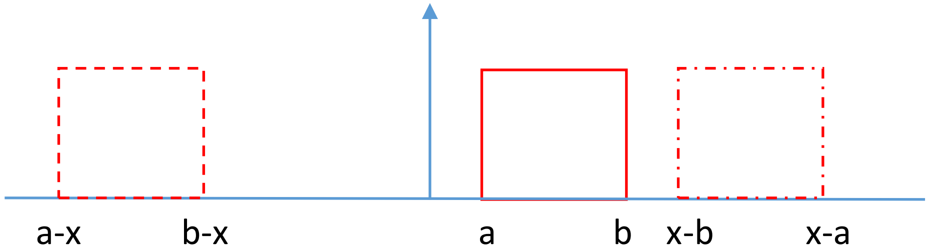
Splot

$$f(x) = g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$



Splot

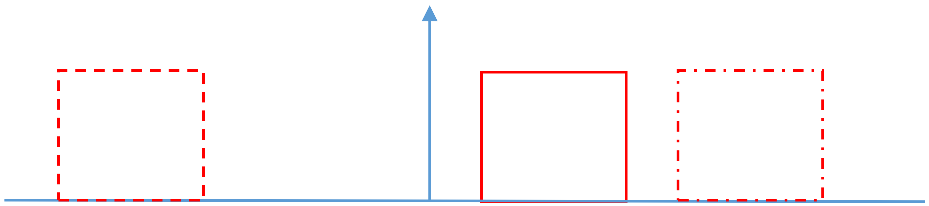
$$f(x) = g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$



1. $x - b > b \;\rightarrow\; x > 2b \;\rightarrow\; \boxed{h(x) = 0}$

Splot

$$f(x) = g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$

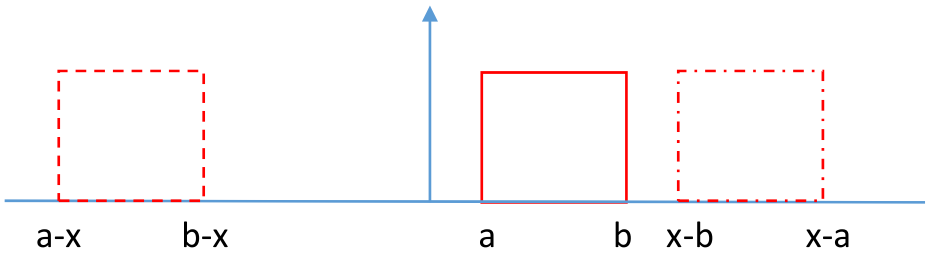


1. $x - b > b \ \rightarrow \ x > 2b \ \rightarrow \ \boxed{h(x) = 0}$

2. $a < x - b \leq b \ \rightarrow \ a + b < x \leq 2b \ \rightarrow \ h(x) =$

Splot

$$f(x) = g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$



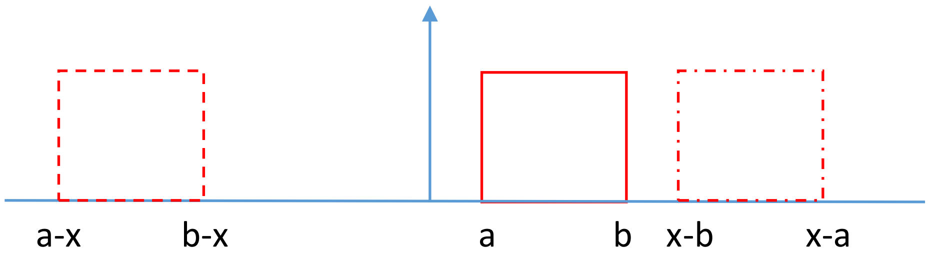
1. $x - b > b \;\rightarrow\; x > 2b \;\rightarrow\; \boxed{h(x) = 0}$

2. $a < x - b \leq b \;\rightarrow\; a + b < x \leq 2b \;\rightarrow\; h(x) = \int_{x-b}^{b} A\,A\,dx =$

$$A^2 \int_{x-b}^{b} dx = A^2(b - x + b) =$$

Splot

$$f(x) = g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ A & a < x \le b \\ 0 & x > b \end{cases}$$



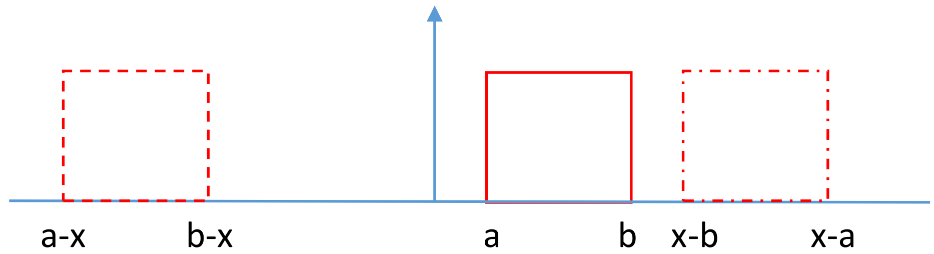
1. $x - b > b \;\rightarrow\; x > 2b \;\rightarrow\; \boxed{h(x) = 0}$

2. $a < x - b \le b \;\rightarrow\; a + b < x \le 2b \;\rightarrow\; h(x) = \int_{x-b}^{b} A\,A\,dx =$

$$A^2 \int_{x-b}^{b} dx = A^2(b - x + b) = \boxed{A^2(2b - x)}$$

Splot

$$f(x) = g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ A & a < x \le b \\ 0 & x > b \end{cases}$$



1. $x - b > b \;\rightarrow\; x > 2b \;\rightarrow\; \boxed{h(x) = 0}$

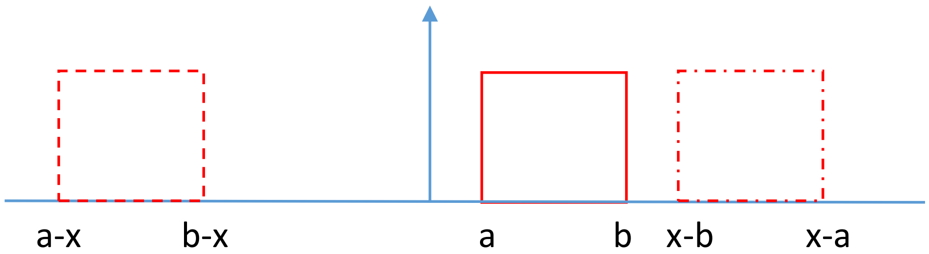
2. $a < x - b \le b \;\rightarrow\; a + b < x \le 2b \;\rightarrow\; h(x) = \int_{x-b}^{b} A\,A\,dx =$

$$A^2 \int_{x-b}^{b} dx = A^2(b - x + b) = \boxed{A^2(2b - x)}$$

3. a$< x - a \le b \;\rightarrow 2a < x \le a + b \;\rightarrow\; h(x) = \int_{a}^{x-a} A\,A\,dx =$

Splot

$$f(x) = g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$



1. $x - b > b \;\rightarrow\; x > 2b \;\rightarrow\; \boxed{h(x) = 0}$

2. $a < x - b \leq b \;\rightarrow\; a + b < x \leq 2b \;\rightarrow\; h(x) = \int\limits_{x-b}^{b} A\,A\,dx =$

$$A^2 \int\limits_{x-b}^{b} dx = A^2(b - x + b) = \boxed{A^2(2b - x)}$$

3. a$< x - a \leq b \;\rightarrow 2a < x \leq a + b \;\rightarrow\; h(x) = \int_a^{x-a} A\,A\,dx =$

$$A^2 \int\limits_{a}^{x-a} dx = A^2(x - a - a) = \boxed{A^2(x - 2a)}$$

4. $x - a < a \;\rightarrow\; x < 2a \;\rightarrow\; \boxed{h(x) = 0}$

Splot