

1100-1BO15, rok akademicki 2018/19

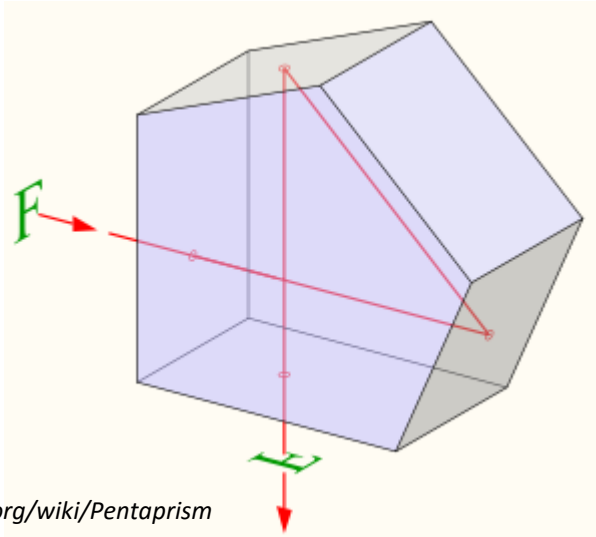
OPTYKA GEOMETRYCZNA I INSTRUMENTALNA

dr hab. Rafał Kasztelanic

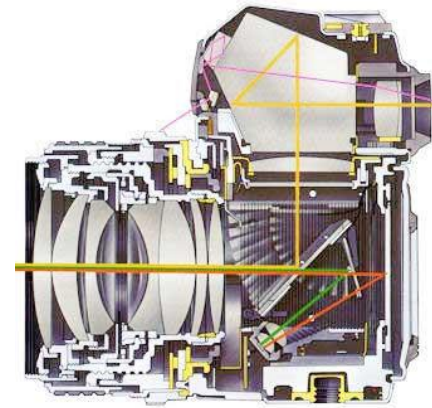
Wykład 3

Pryzmat

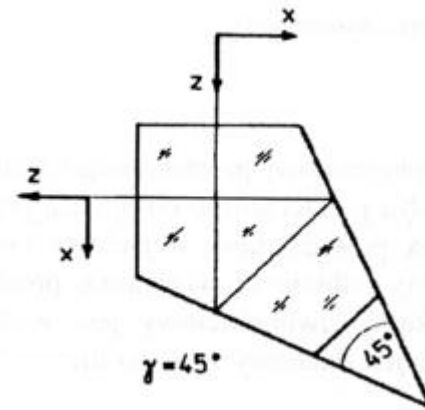
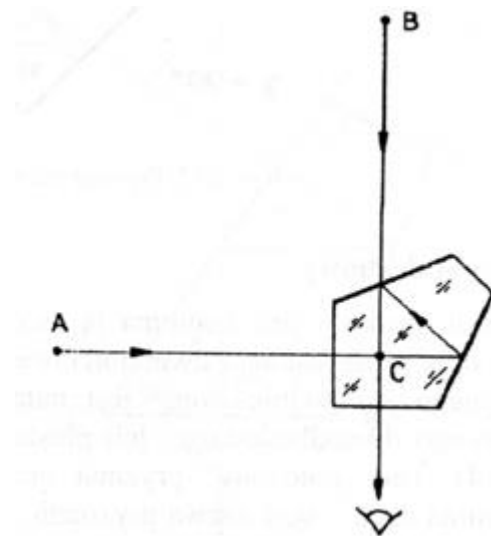
Pryzmaty w aparatach fotograficznych



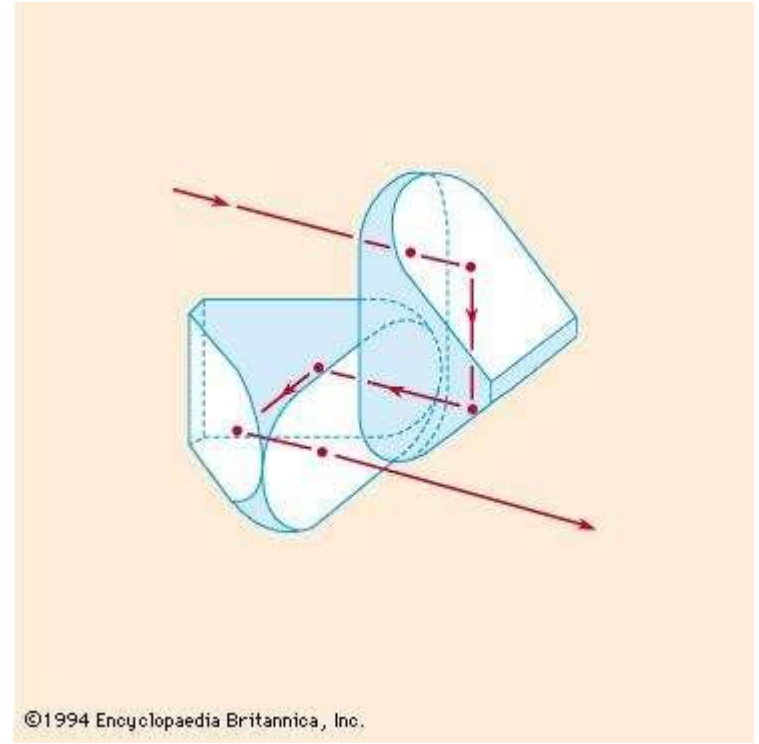
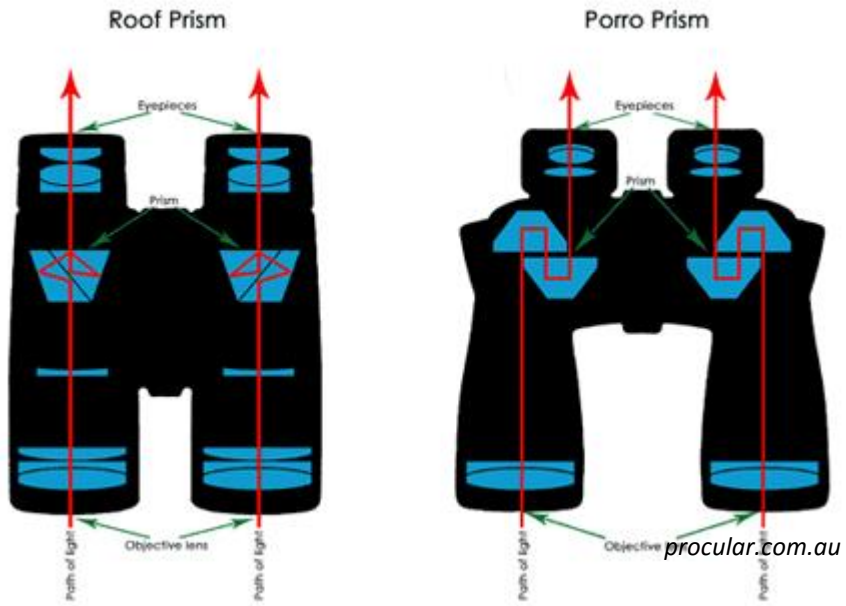
en.wikipedia.org/wiki/Pentaprism



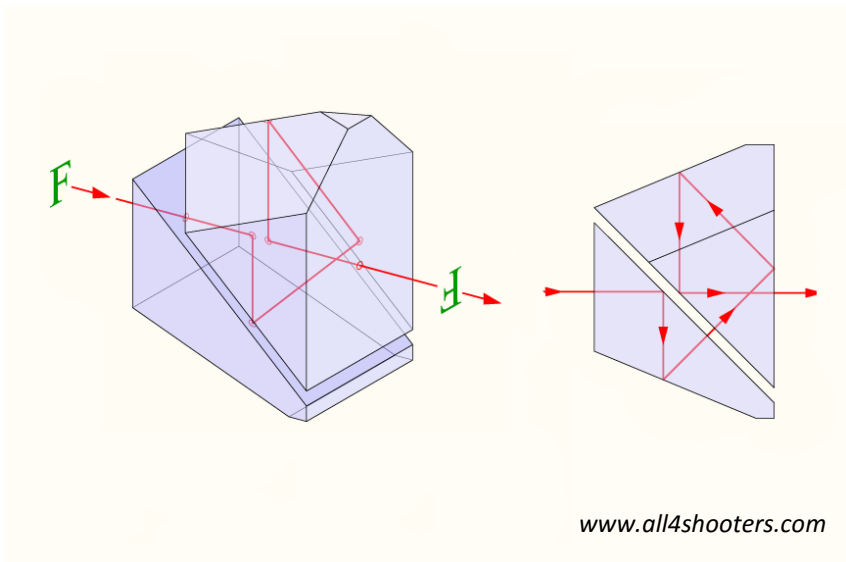
luminous-landscape.com/understanding-viewfinders



Pryzmaty w lornetkach

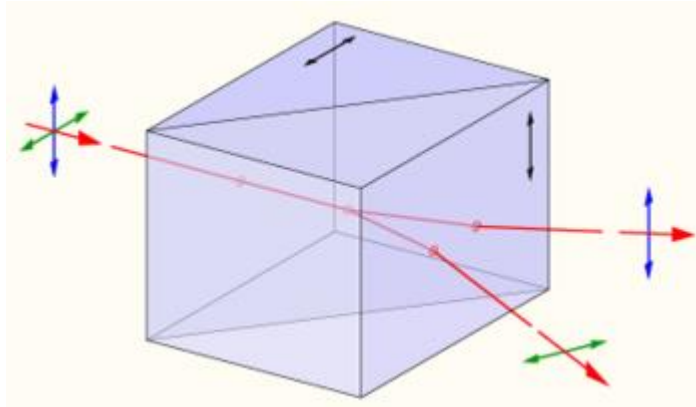


©1994 Encyclopaedia Britannica, Inc.

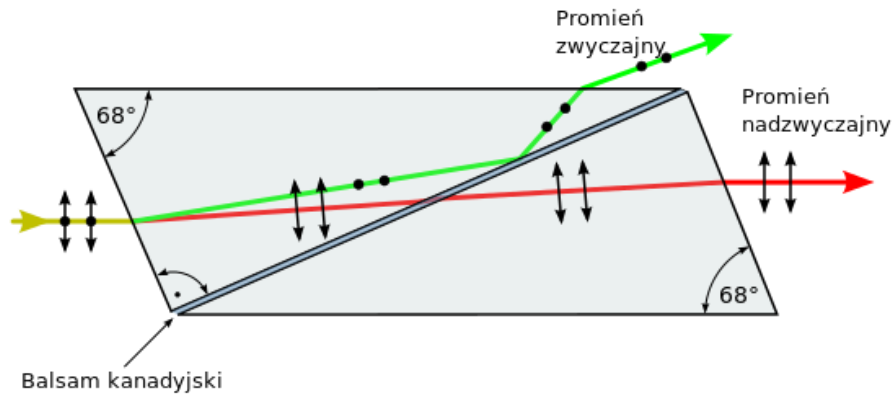


Pryzmaty dwójłomne:

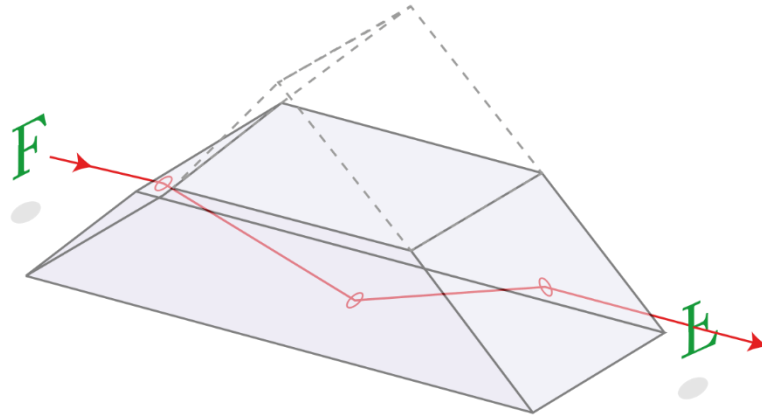
Wollastona



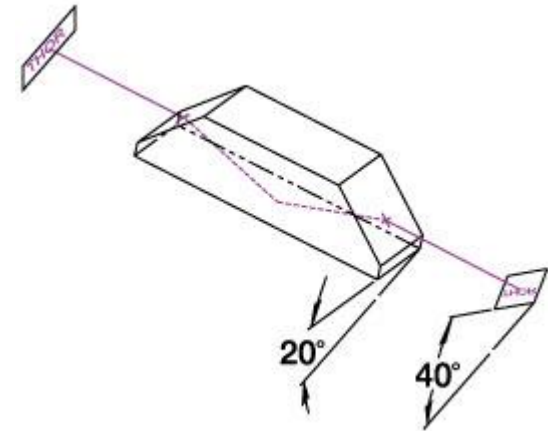
Nicola



Pryzmaty Dovego:



pl.wikipedia.org

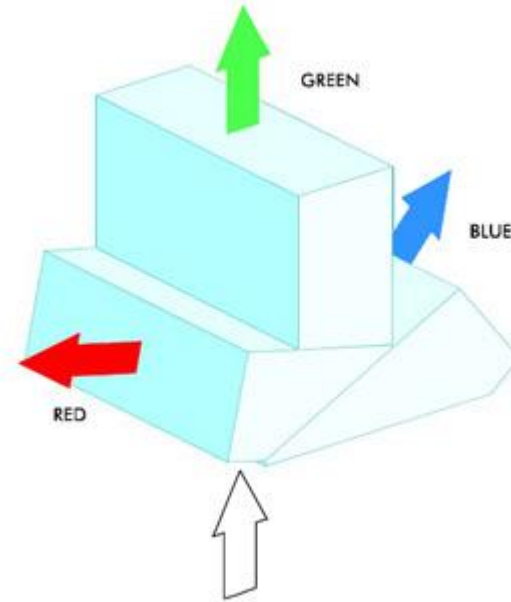
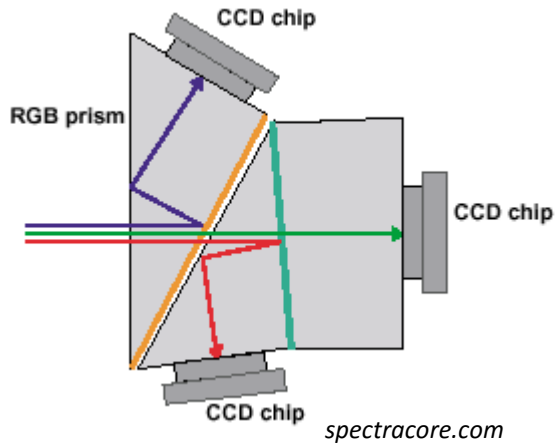


www.thorlabs.com

Stosowany m.in. do kompensacji obrotu
w ruchomych urządzeniach optycznych

Pryzmat

Pryzmaty w rzutnikach multimedialnych, kamerach RGB (pryzmat RGB, pryzmat philipsa, pryzmat dichroiczny)



Pryzmat achromatyczny

- Rozszczepienie światła przez pryzmat jest często zjawiskiem niepożądanym. Można zbudować układ dwóch pryzmatów, które rozszczepiają wiązkę światła bez odchylenia.
- Dla małego kąta padania i małego kąta łamiącego φ odchylenie δ dla dwóch kolejnych pryzmatów (1, 2) oraz dwóch długości fali (C i F) wynosi (dla małego kąta łamiącego):

$$\delta_{C1} = (n_{C1} - 1)\varphi_1 \text{ – odchylenie promienia C na pierwszym pryzmacie}$$

$$\delta_{F1} = (n_{F1} - 1)\varphi_1 \text{ – odchylenie promienia F na pierwszym pryzmacie}$$

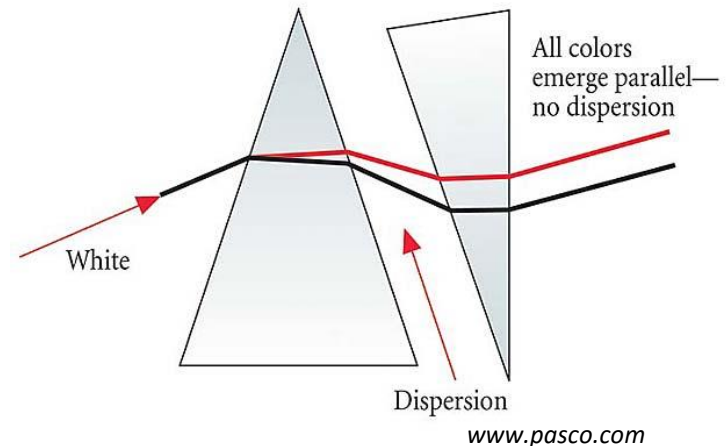
$$\delta_{C2} = (n_{C2} - 1)\varphi_2 \text{ – odchylenie promienia C na drugim pryzmacie}$$

$$\delta_{F2} = (n_{F2} - 1)\varphi_2 \text{ – odchylenie promienia F na drugim pryzmacie}$$

- Łączne odchylenie dla obu barw (C i F):

$$\delta_C = \delta_{C1} - \delta_{C2} \text{ – odchylenie promienia C}$$

$$\delta_F = \delta_{F1} - \delta_{F2} \text{ – odchylenie promienia F}$$



Pryzmat achromatyczny

- Żądamy, aby oba odchylenia były takie same:

$$\delta_C = \delta_F$$

$$\delta_{C1} - \delta_{C2} = \delta_{F1} - \delta_{F2}$$

$$(n_{C1} - 1)\phi_1 - (n_{C2} - 1)\phi_2 = (n_{F1} - 1)\phi_1 - (n_{F2} - 1)\phi_2$$

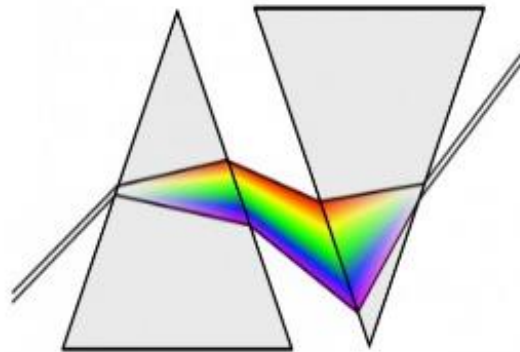
- Dzielic obie strony przez ϕ_1 i przenosząc dostajemy

$$[\phi_2/\phi_1] (n_{F2} - 1 - n_{C2} + 1) = (n_{F1} - 1 - n_{C1} + 1)$$

$$[\phi_2/\phi_1] (n_{F2} - n_{C2}) = (n_{F1} - n_{C1})$$

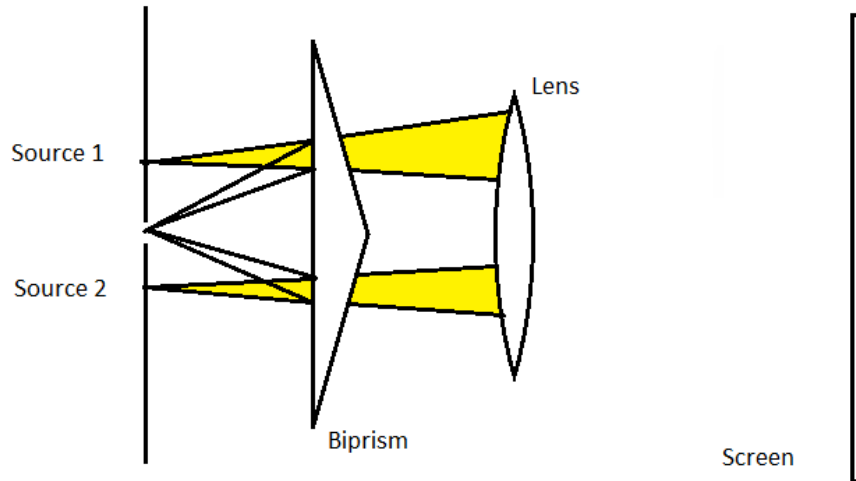
- W wyniku otrzymujemy **warunek achromatyzacji pryzmatu**

$$[\phi_2/\phi_1] = (n_{F1} - n_{C1})/(n_{F2} - n_{C2})$$



Pryzmat podwójny Fresnela

(wykorzystywany w keratometrze)

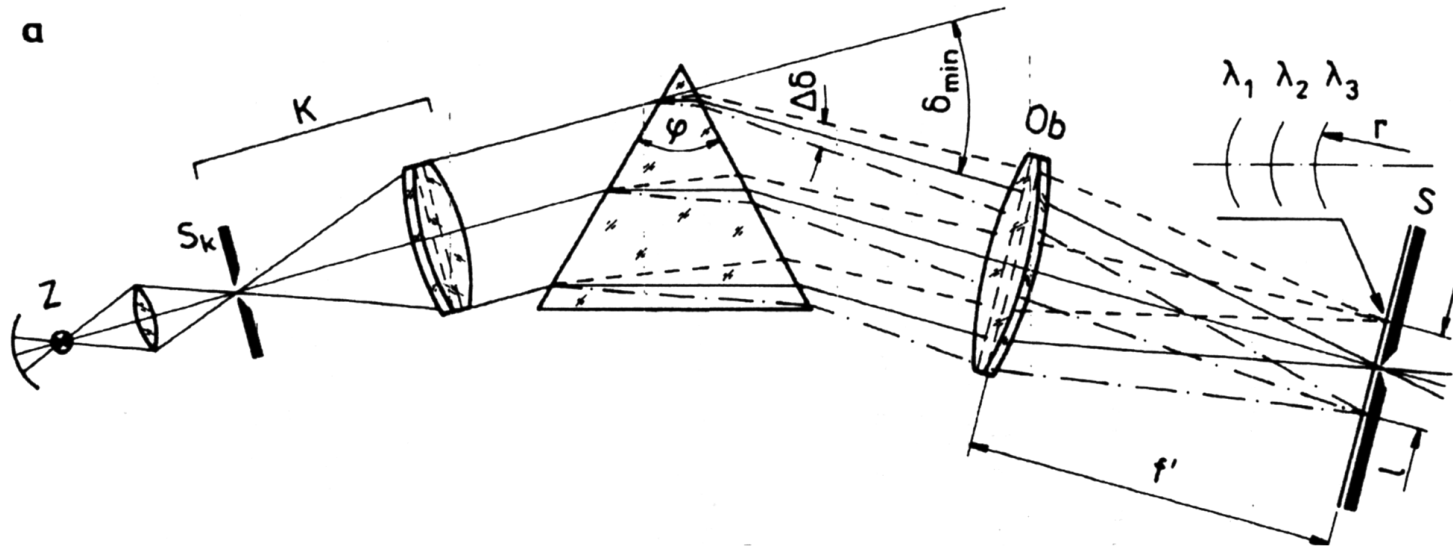


www.maths.tcd.ie



carletonltd.com

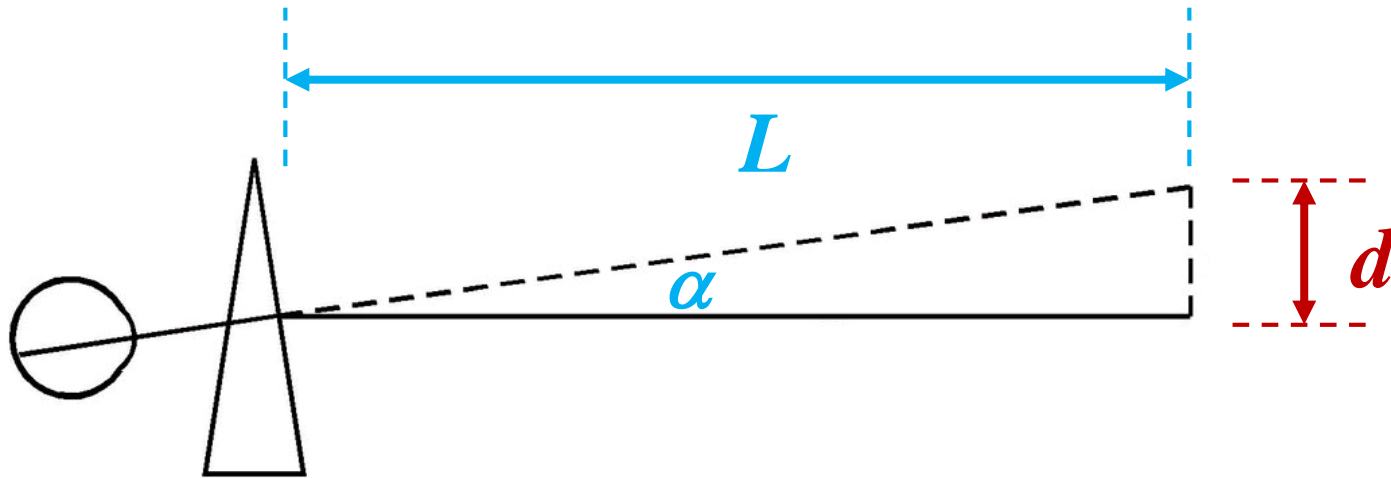
Spektrometr przyzmatyczny



Rys. 2.23. a) Typowy układ optyczny rozszczepiający światło. Z – źródło światła, S_k – szczelina kolimatora, K – kolimator, φ – kąt łamiący pryzmatu spektralnego, δ_{\min} – kąt najmniejszego odchylenia pryzmatu, $\Delta\delta$ – dyspersja kątowna pryzmatu, Ob – obiektyw, f' – ogniskowa obiektywu, S – szczelina wyjściowa, λ – linia spektralna fali λ_i , r – promień krzywizny linii spektralnej, l – odległość między liniami spektralnymi; b) Układ dwóch układów rozszczepiających w kaskadzie

Pryzmat

Dioptria pryzmatyczna

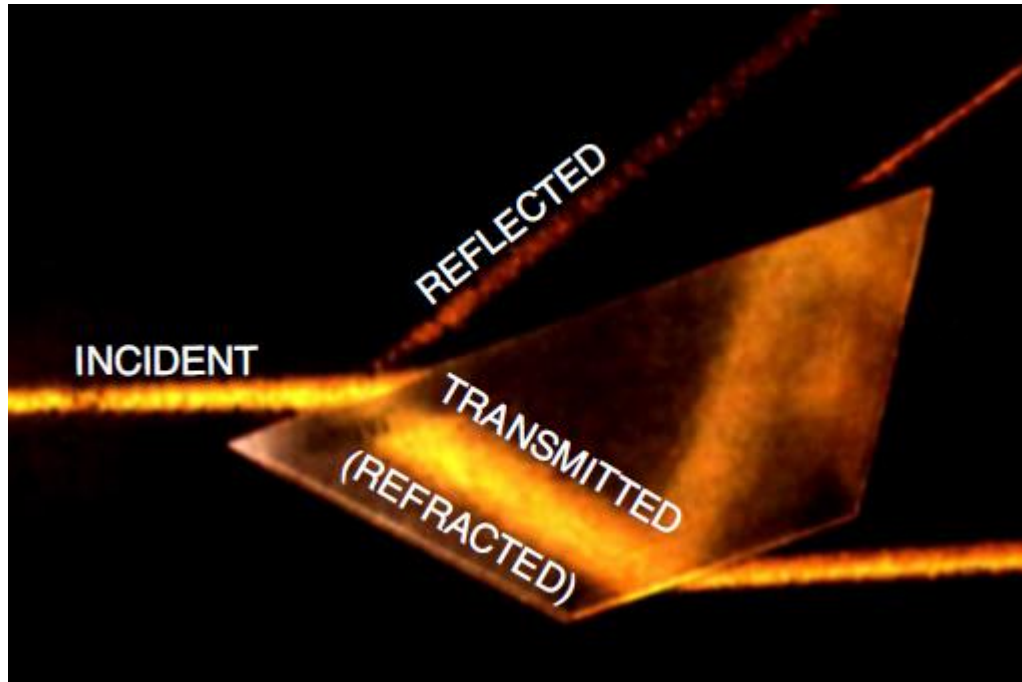


$$D_p = \frac{d [\text{cm}]}{L [\text{m}]} = 100 \cdot \text{tg} \alpha$$

$$\text{np.: } D_p = \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1 \text{ dprism} = 1\Delta$$

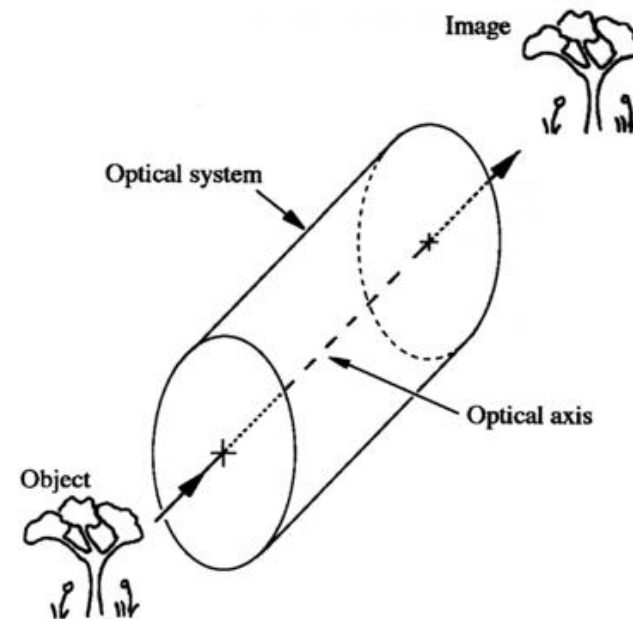
$$\text{np.: } D_p = \frac{3 \text{ cm}}{2 \text{ m}} = 1,5 \text{ dprism} = 1,5\Delta$$

Odbicie i załamanie światła



Układ optyczny

- **Układ optyczny** – fragment (obszar) przestrzeni o zadanym rozkładzie współczynnika załamania $n(x, y, z)$.
- Układ optyczny przekształca **przestrzeń przedmiotową** (traktowaną jak zbiór źródeł światła) w **przestrzeń obrazową** – zbiór obrazów źródeł.
- Zakłada się, że **promienie świetlne wychodzące z punktowych źródeł światła**, po przejściu przez układ optyczny **zostaną z powrotem skupione w punkty** – obrazy.
- Układ optyczny dokonuje **przekształcenia energetyczno-geometrycznego**, bowiem rozkład energii i układ obrazów jest inny niż w przestrzeni przedmiotowej.



Układ optyczny

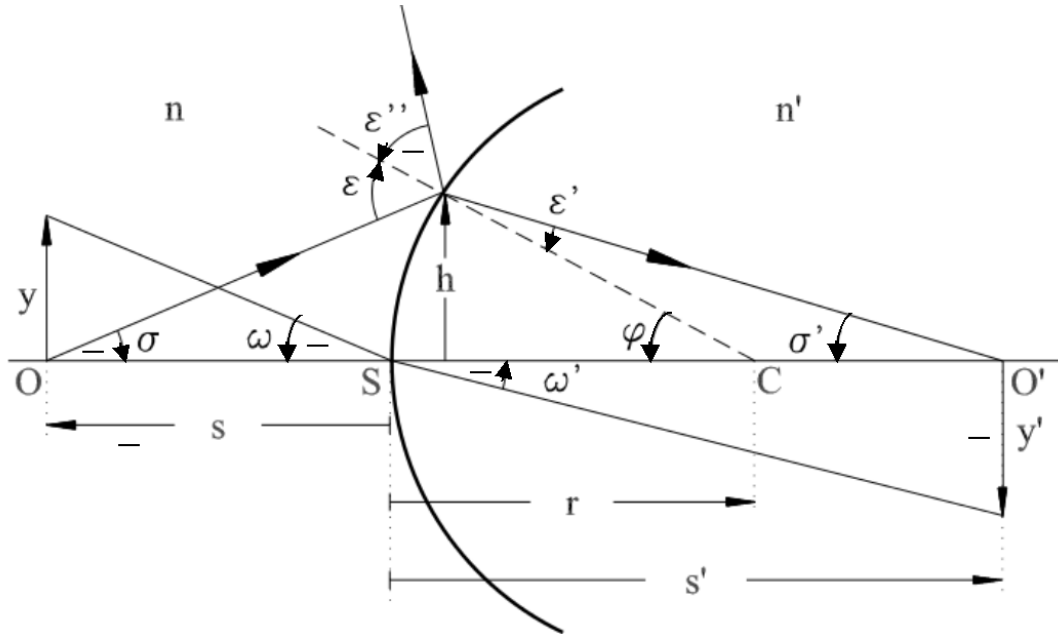
- Przedmiot lub obraz jest **rzeczywisty** jeśli jest określony w miejscu położenia przez rozkład natężenia światła. Można ustawić w tym miejscu detektor lub dowolny inny światłoczuły element (np. klisza światłoczuła) i zarejestrować ten przedmiot lub obraz.
- Przedmiot lub obraz jest **pozorny**, jeśli w jego płaszczyźnie położenia nie można zarejestrować żadnego rozkładu natężenia światła. Przedmiot lub obraz sprawia tylko wrażenie, że znajduje się w określonym miejscu.

Układ optyczny

- Przedmiot lub obraz jest **rzeczywisty** jeśli jest określony w miejscu położenia przez rozkład natężenia światła. Można ustawić w tym miejscu detektor lub dowolny inny światłoczuły element (np. klisza światłoczuła) i zarejestrować ten przedmiot lub obraz.
- Przedmiot lub obraz jest **pozorny**, jeśli w jego płaszczyźnie położenia nie można zarejestrować żadnego rozkładu natężenia światła. Przedmiot lub obraz sprawia tylko wrażenie, że znajduje się w określonym miejscu.

Optyka promieni w zwierciadłach i soczewkach

Reguła znaków (zgodna z normą europejską)



Kąty przyjmują wartości ujemne według następujących reguł:

1. Kąt jaki promień tworzy z osią optyczną mierzymy od promienia do osi. Kąt jest ujemny, gdy ruch od promienia do osi optycznej (po krótszej drodze) jest zgodny z ruchem wskazówek zegara (np. kąt σ na rysunku).

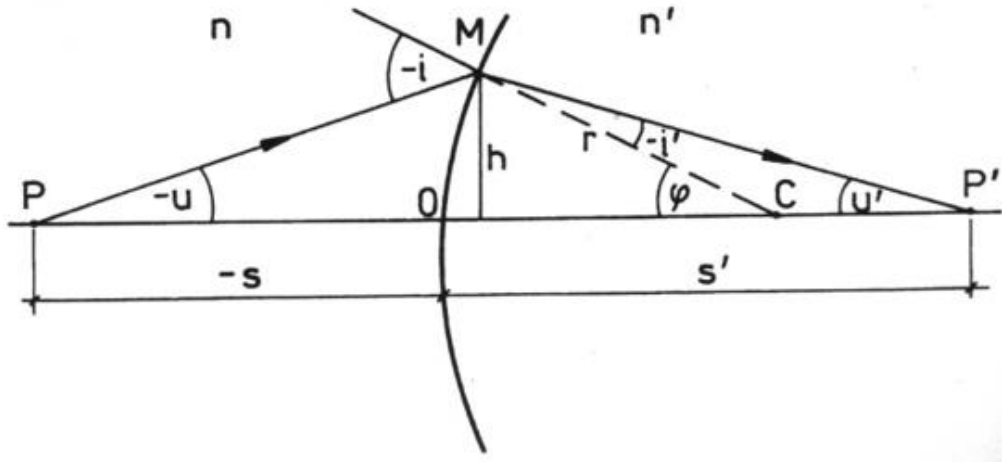
2. Kąt jaki promień padający, odbity lub załamany tworzy z normalną do granicy ośrodków w punkcie padania, mierzymy od promienia do normalnej. Kąt jest ujemny gdy ruch od promienia do normalnej (po krótszej drodze) jest przeciwny do ruchu wskazówek zegara (np. kąt ε'').

3. Gdy normalna i oś optyczna pokrywają się, kąt traktujemy jak kąt między promieniem i normalną (kąty ω , ω') i stosujemy regułę znaków z punktu 2.

Światło biegnie z lewej do prawej. Odległości poziome mierzymy od powierzchni łamiących lub płaszczyzn głównych do charakterystycznych punktów układu (punkt przedmiotu/obrazu, ognisko, środek krzywizny, punkt dali itp.). Gdy przechodząc od powierzchni łamiącej/płaszczyzny głównej do charakterystycznego punktu poruszamy się z lewej do prawej, odległości są dodatnie; gdy przeciwnie odległości są ujemne. Odległości pionowe mierzymy od osi do punktów pozaosiowych. Gdy punkt leży powyżej osi optycznej odległość jest dodatnia, gdy przeciwnie odległość jest ujemna.

Optyka promieni w zwierciadłach i soczewkach

Zdolność zbierająca powierzchni



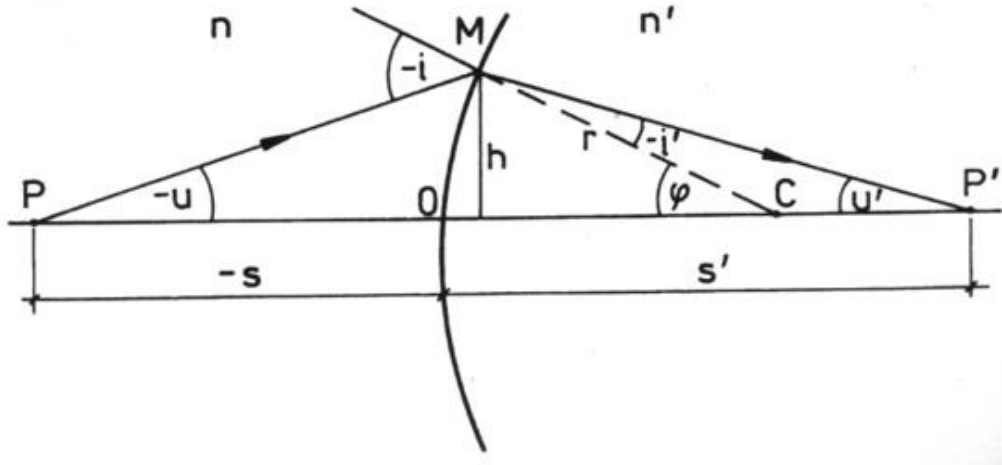
$$n \sin(-i) = n' \sin(-i')$$

promienie przy osiowe

$$ni = n'i'$$

Optyka promieni w zwierciadłach i soczewkach

Zdolność zbierająca powierzchni



$$n \sin(-i) = n' \sin(-i')$$

promienie przy osiowe

$$ni = n'i'$$

$$-i = \varphi - u \quad (\triangle PMC)$$

$$-i' = \varphi - u' \quad (\triangle CMP')$$

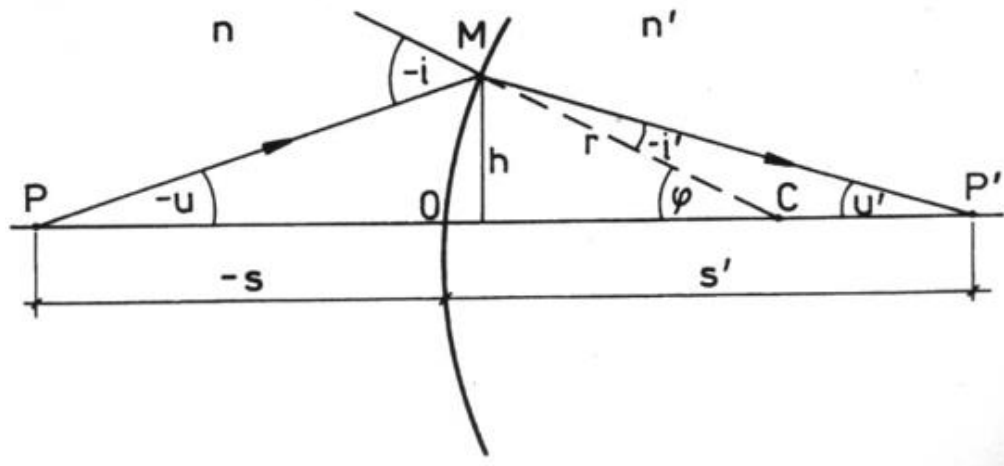
$$-u \approx \frac{h}{PO} = \frac{h}{-s}$$

$$u' \approx \frac{h}{OP'} = \frac{h}{s'}$$

$$\varphi \approx \frac{h}{OC} = \frac{h}{r}$$

Optyka promieni w zwierciadłach i soczewkach

Zdolność zbierająca powierzchni



$$n \sin(-i) = n' \sin(-i')$$

promienie przy osiowe

$$ni = n'i'$$

$$-i = \varphi - u \quad (\triangle PMC)$$

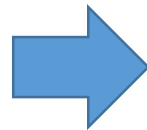
$$-i' = \varphi - u' \quad (\triangle CMP')$$



$$-u \approx \frac{h}{PO} = \frac{h}{-s}$$

$$u' \approx \frac{h}{OP'} = \frac{h}{s'}$$

$$\varphi \approx \frac{h}{OC} = \frac{h}{r}$$



Niezmiennik Abbego $n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right)$

Zdolność zbierająca powierzchni $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \Phi$

Optyka promieni w zwierciadłach i soczewkach

Zdolność zbierająca powierzchni

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \Phi$$

Przedmiot w nieskończoności ($-\infty$): $-s = -\infty \Rightarrow \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow s' (= f') = \frac{n'}{n' - n} r$

Ognisko obrazowe – punkt w przestrzeni obrazowej, w którym przecinają się promienie równoległe do osi optycznej w przestrzeni przedmiotowej.

Optyka promieni w zwierciadłach i soczewkach

Zdolność zbierająca powierzchni

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \Phi$$

Przedmiot w nieskończoności ($-\infty$): $-s = -\infty \Rightarrow \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow s' (= f') = \frac{n'}{n' - n} r$

Ognisko obrazowe – punkt w przestrzeni obrazowej, w którym przecinają się promienie równoległe do osi optycznej w przestrzeni przedmiotowej.

Obraz w nieskończoności ($+\infty$): $s' = \infty \Rightarrow -\frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow s (= f) = \frac{-n}{n' - n} r$

Ognisko przedmiotowe – punkt w przestrzeni przedmiotowej, którego obraz leży w nieskończoności w przestrzeni obrazowej (promienie z niego wychodzące stają się równoległe do osi optycznej).

Optyka promieni w zwierciadłach i soczewkach

Zdolność zbierająca powierzchni

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \Phi$$

Przedmiot w nieskończoności ($-\infty$): $-s = -\infty \Rightarrow \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow s' (= f') = \frac{n'}{n' - n} r$

Ognisko obrazowe – punkt w przestrzeni obrazowej, w którym przecinają się promienie równoległe do osi optycznej w przestrzeni przedmiotowej.

Obraz w nieskończoności ($+\infty$): $s' = \infty \Rightarrow -\frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow s (= f) = \frac{-n}{n' - n} r$

Ognisko przedmiotowe – punkt w przestrzeni przedmiotowej, którego obraz leży w nieskończoności w przestrzeni obrazowej (promienie z niego wychodzące stają się równoległe do osi optycznej).

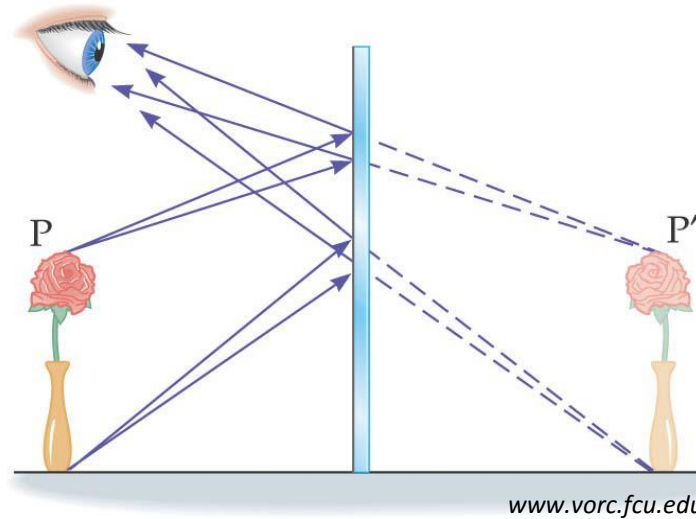
$$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

$$\text{W powietrzu: } \Phi = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

WIERGENCJA

Optyka promieni w zwierciadłach

Zwierciadło płaskie



pozorny obraz
rzeczywistego przedmiotu

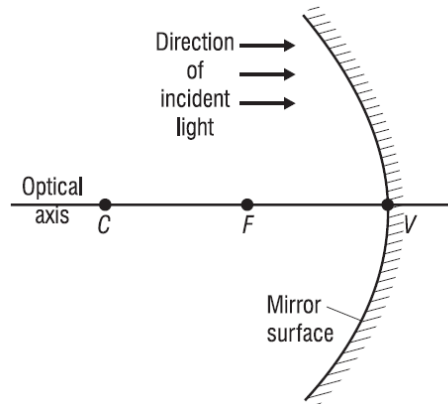
dla zwierciadła płaskiego: $r = \infty$

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \Phi$$

Optyka promieni w zwierciadłach

Zwierciadła sferyczne

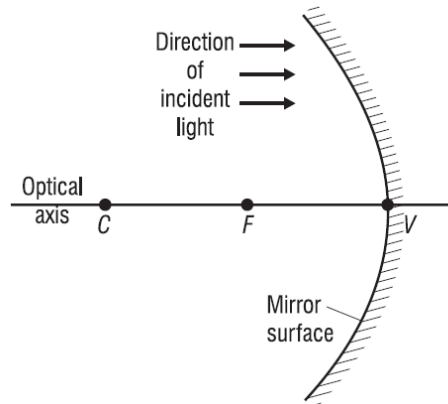
- sferyczne zwierciadło wklęsłego $r < 0$



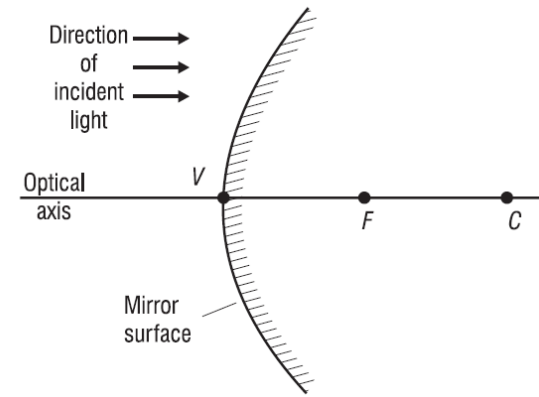
Optyka promieni w zwierciadłach

Zwierciadła sferyczne

- sferyczne zwierciadło wklęsłego $r < 0$



- sferyczne zwierciadło wypukłego $r > 0$

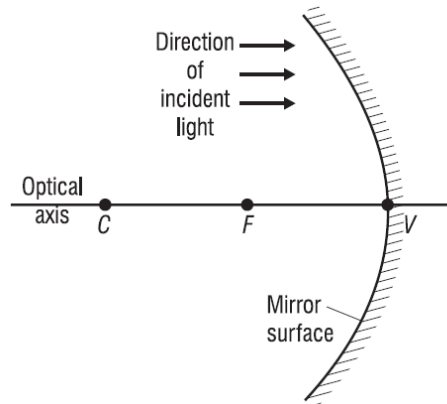


L.S. Pedrotti, Fundamentals of Photonics

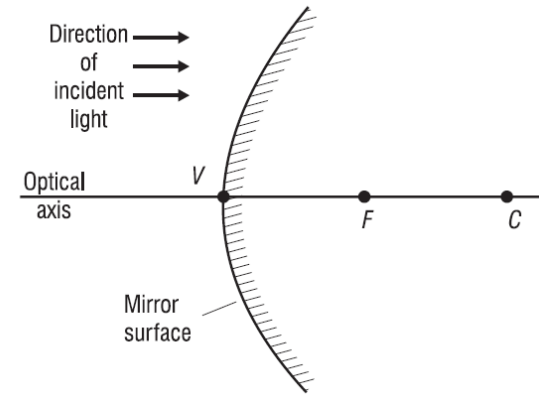
Optyka promieni w zwierciadłach

Zwierciadła sferyczne

- sferyczne zwierciadło wklęsłego $r < 0$



- sferyczne zwierciadło wypukłego $r > 0$



L.S. Pedrotti, Fundamentals of Photonics

- współczynniki załamania przed odbiciem i po są sobie równe z przeciwnym znakiem $n' = -n$
- ogniskowe $f' = f$

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} = \Phi$$

$$\frac{-n}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{-n - n}{r}$$

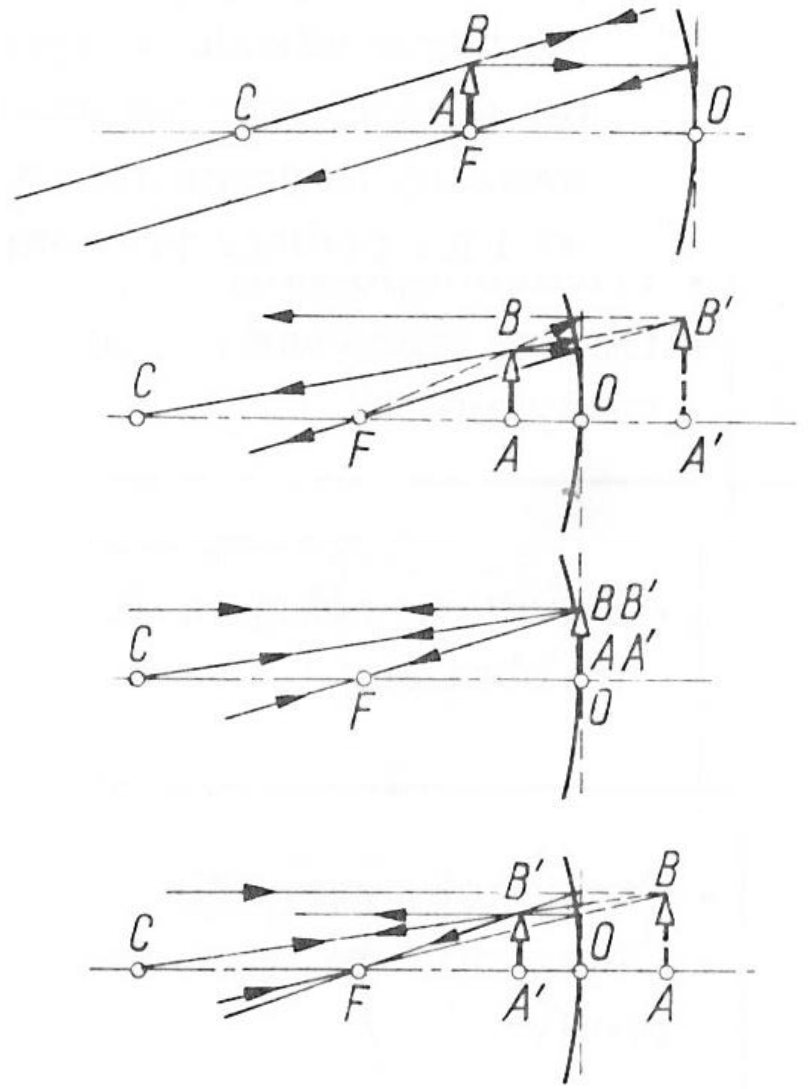
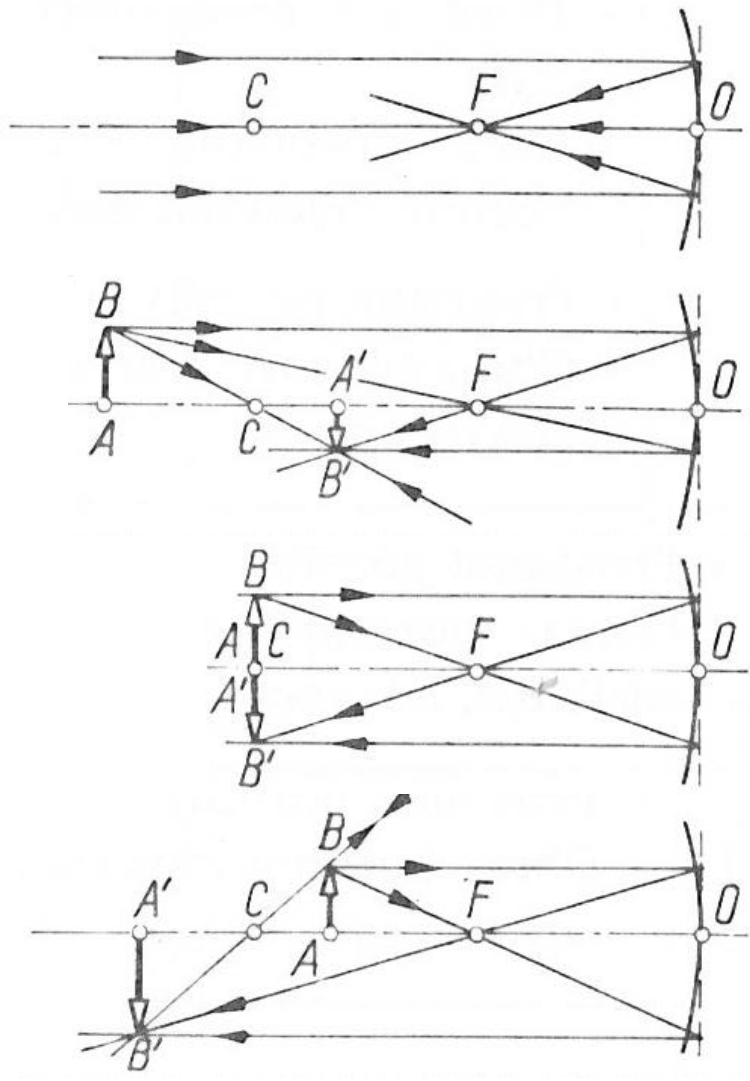
$$\frac{n}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{2n}{r} \quad / : n$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$$

Równanie zwierciadła

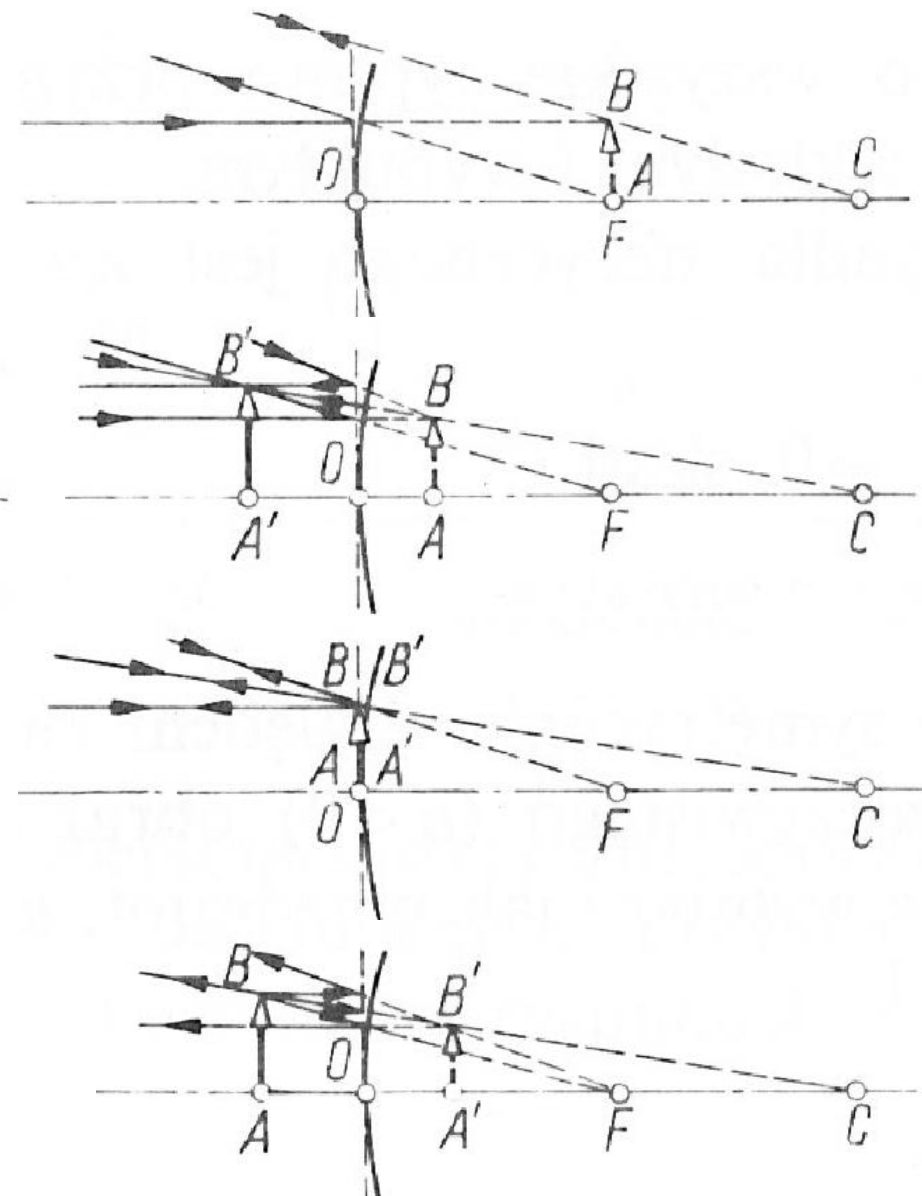
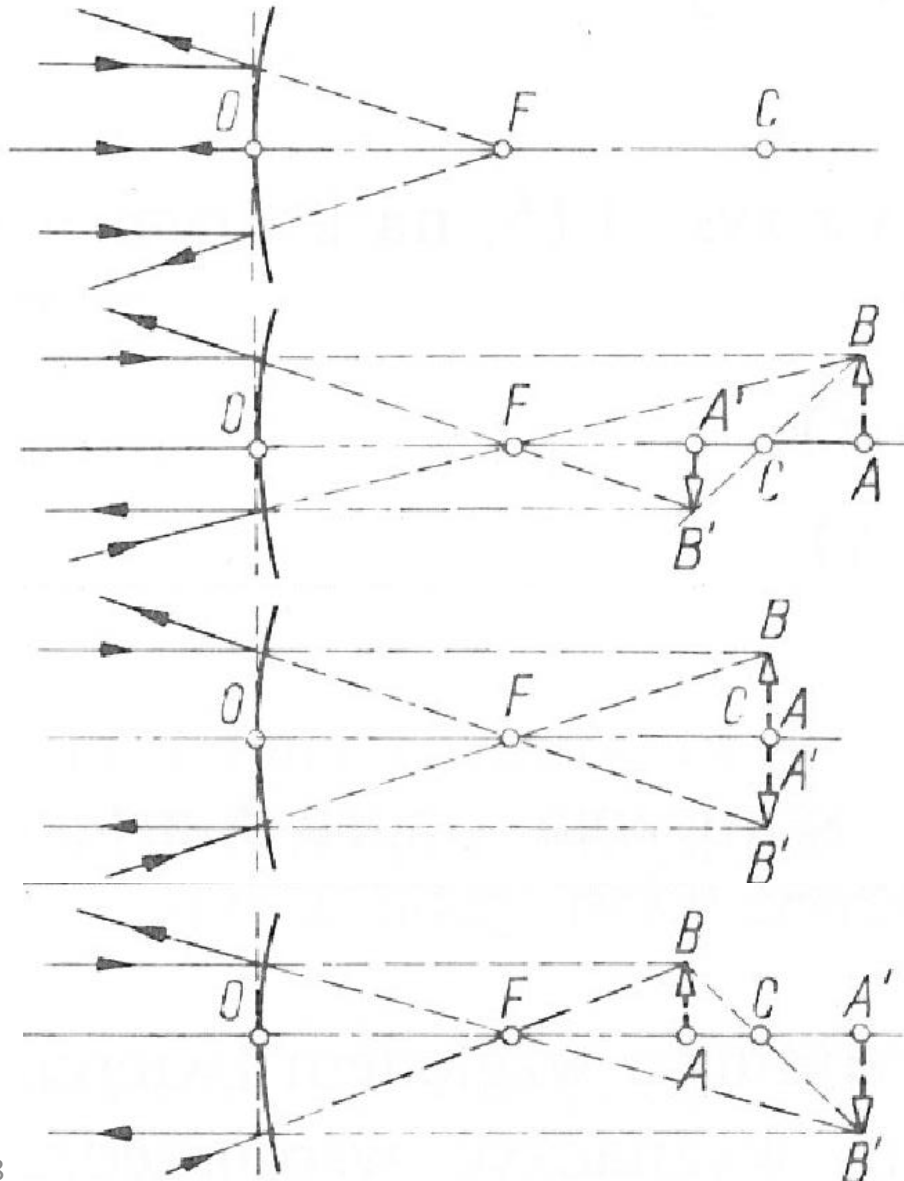
Optyka promieni w zwierciadłach

Zwierciadło wklęsłe



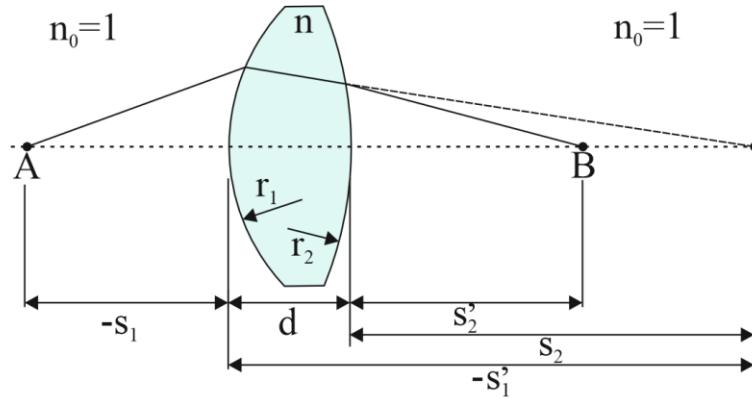
Optyka promieni w zwierciadłach

Zwierciadło wypukłe



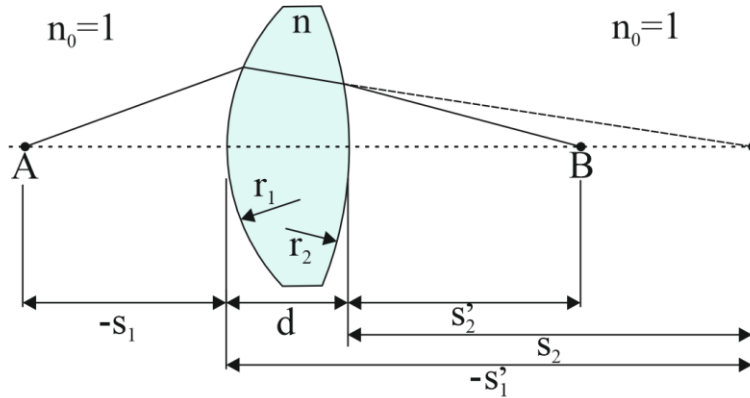
Wizualizacja: <http://physics.bu.edu/~duffy/HTML5/Mirrors.html>

Cienka soczewka sferyczna



Optyka promieni w soczewkach

Cienka soczewka sferyczna



Powierzchnia 1:

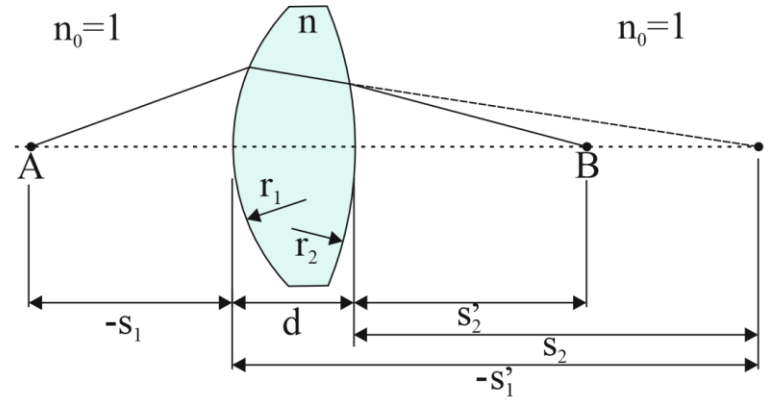
$$\frac{n}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{n-1}{r_1}$$

$$s_1 = -\infty \rightarrow \frac{n}{s_1'} = \frac{n-1}{r_1}$$

$$\rightarrow s_1' = \frac{nr_1}{(n-1)} (= f_1')$$

Optyka promieni w soczewkach

Cienka soczewka sferyczna



Powierzchnia 1:

$$\frac{n}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{n-1}{r_1}$$

$$s_1 = -\infty \rightarrow \frac{n}{s_1'} = \frac{n-1}{r_1}$$

$$\rightarrow s_1' = \frac{nr_1}{(n-1)} (= f_1')$$

Powierzchnia 2:

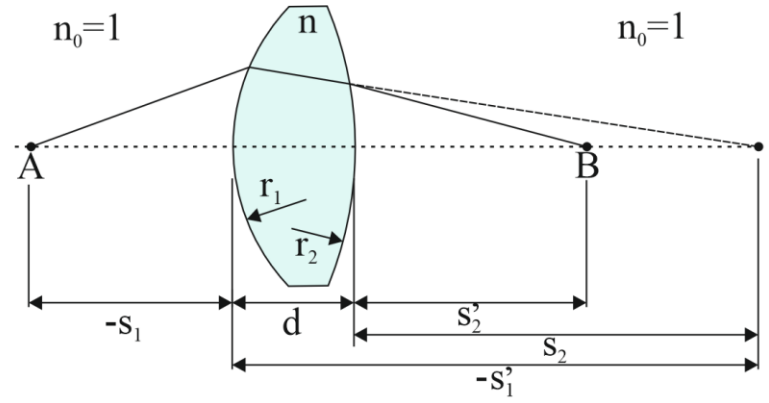
$$\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r_2} \quad \text{dla } d=0 \quad \frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r_2}$$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_1'} = \left(\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{f_1'} \right) \frac{1-n}{r_2} \rightarrow \frac{1}{s_2'} = \frac{1-n}{r_2} + \frac{n}{f_1'}$$

$$\frac{1}{s_2'} = \frac{1-n}{r_2} + \frac{n-1}{r_1} \rightarrow \frac{1}{s_2'} \left(= \frac{1}{f_2'} \right) = (n-1) \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$$

Optyka promieni w soczewkach

Cienka soczewka sferyczna



Powierzchnia 1:

$$\frac{n}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{n-1}{r_1}$$

$$s_1 = -\infty \rightarrow \frac{n}{s_1'} = \frac{n-1}{r_1}$$

$$\rightarrow s_1' = \frac{nr_1}{(n-1)} (= f_1')$$

Powierzchnia 2:

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r_2}$$

dla $d=0$

$$s_1' = s_2$$

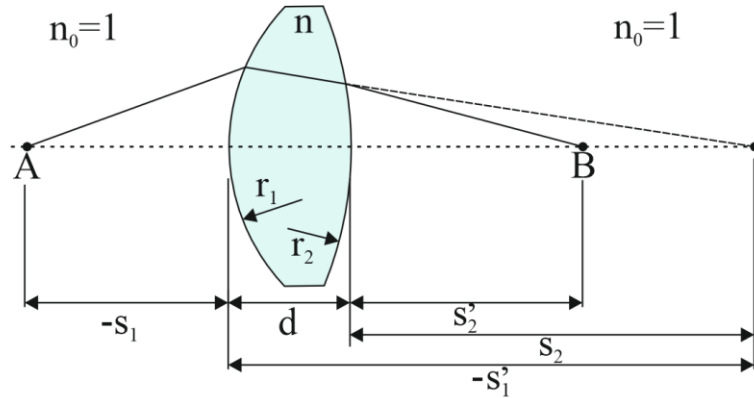
$$\rightarrow \frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r_2}$$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_1'} = \left(\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{f_1'} \right) \frac{1-n}{r_2} \rightarrow \frac{1}{s_2'} = \frac{1-n}{r_2} + \frac{n}{f_1'}$$

$$\frac{1}{s_2'} = \frac{1-n}{r_2} + \frac{n-1}{r_1} \rightarrow \frac{1}{s_2'} \left(= \frac{1}{f_2'} \right) = (n-1) \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$$

Optyka promieni w soczewkach

Cienka soczewka sferyczna



$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$$

Wzór soczewkowy

$$\frac{n}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{n-1}{r_1} \quad \frac{1}{s'_2} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r_2}$$

dla $d=0$ $s'_1 = s_2$

$$\frac{1}{s'_2} - \left[\frac{n-1}{r_1} + \frac{1}{s_1} \right] = \frac{1-n}{r_2}$$

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{n-1}{r_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1-n}{r_2}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1) \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \quad \left(= \frac{1}{f'} \right)$$

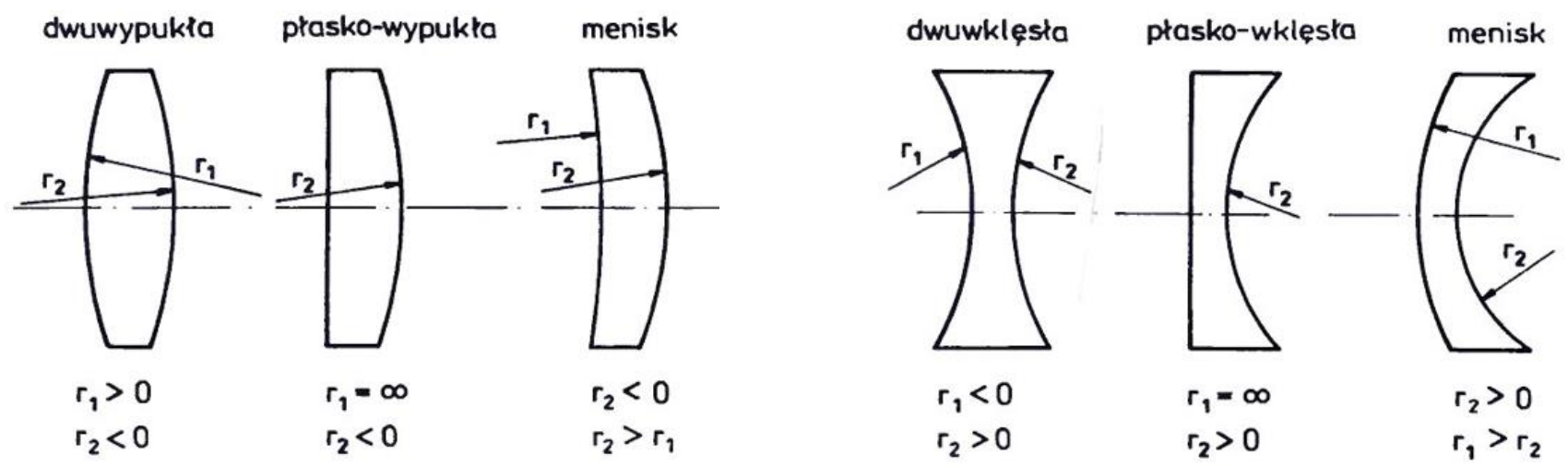
Optyka promieni w soczewkach

Cienka soczewka sferyczna

Dla soczewki zanurzonej w ośrodku o współczynniku załamania $n_0 > 1$ wzór soczewkowy oraz zdolność zbijająca soczewki przyjmują postać

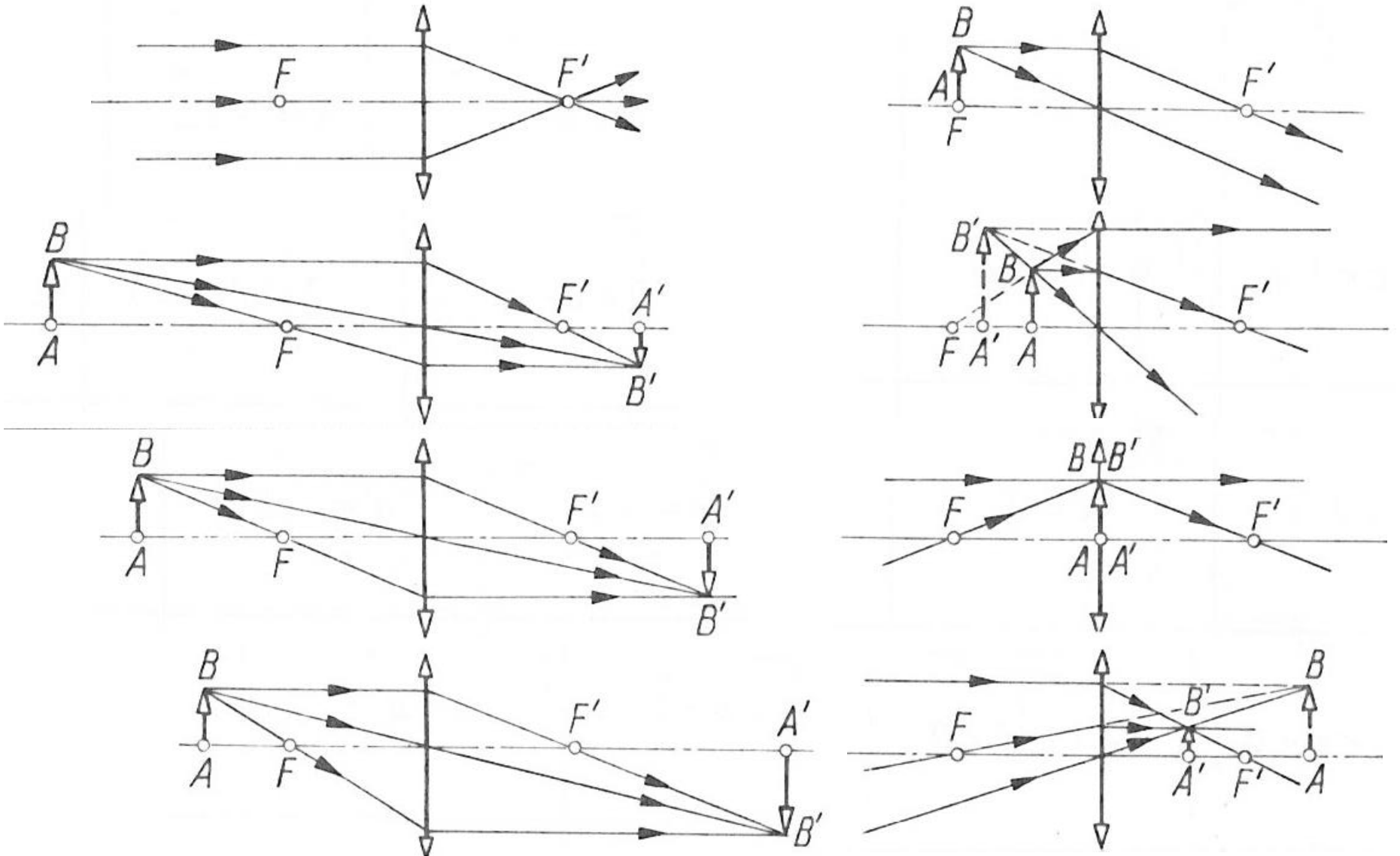
$$\frac{n_0}{f'} = (n - n_0) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \Phi = \frac{n_0}{f'}$$

- soczewki skupiające: $f' > 0$
- soczewki rozpraszające: $f' < 0$



Optyka promieni w soczewkach

Skupiająca cienka soczewka sferyczna



Optyka promieni w soczewkach

Rozpraszająca cienka soczewka sferyczna

