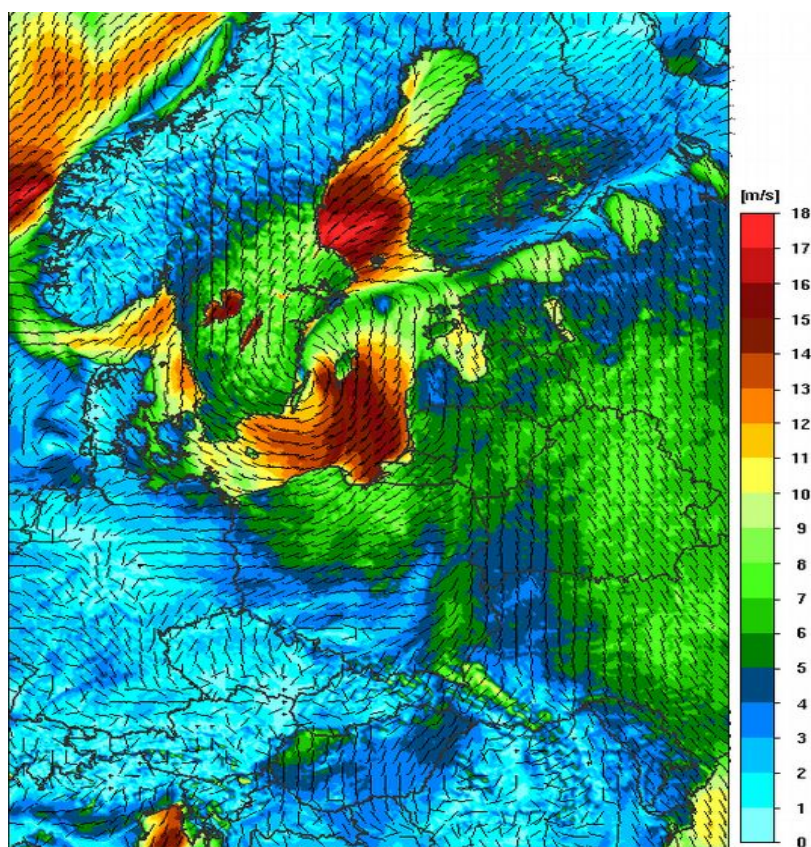


Siły i ruch

Siły i ruch. Równanie ruchu, przybliżnie geostroficzne. Wiatr.

1. Metody opisu ruchu

Do opisu ruchu powietrza można używać dwóch sposobów, zwanych metodą Eulera oraz metodą Lagrange'a. **Metoda Eulera** polega na określeniu właściwości powietrza jako funkcji położenia w przestrzeni (\vec{r}) i w czasie (t). Podstawową wielkością charakteryzującą ruch powietrza jest prędkość \vec{U} , która zależy od położenia i czasu: $\vec{U}(\vec{r}, t)$.

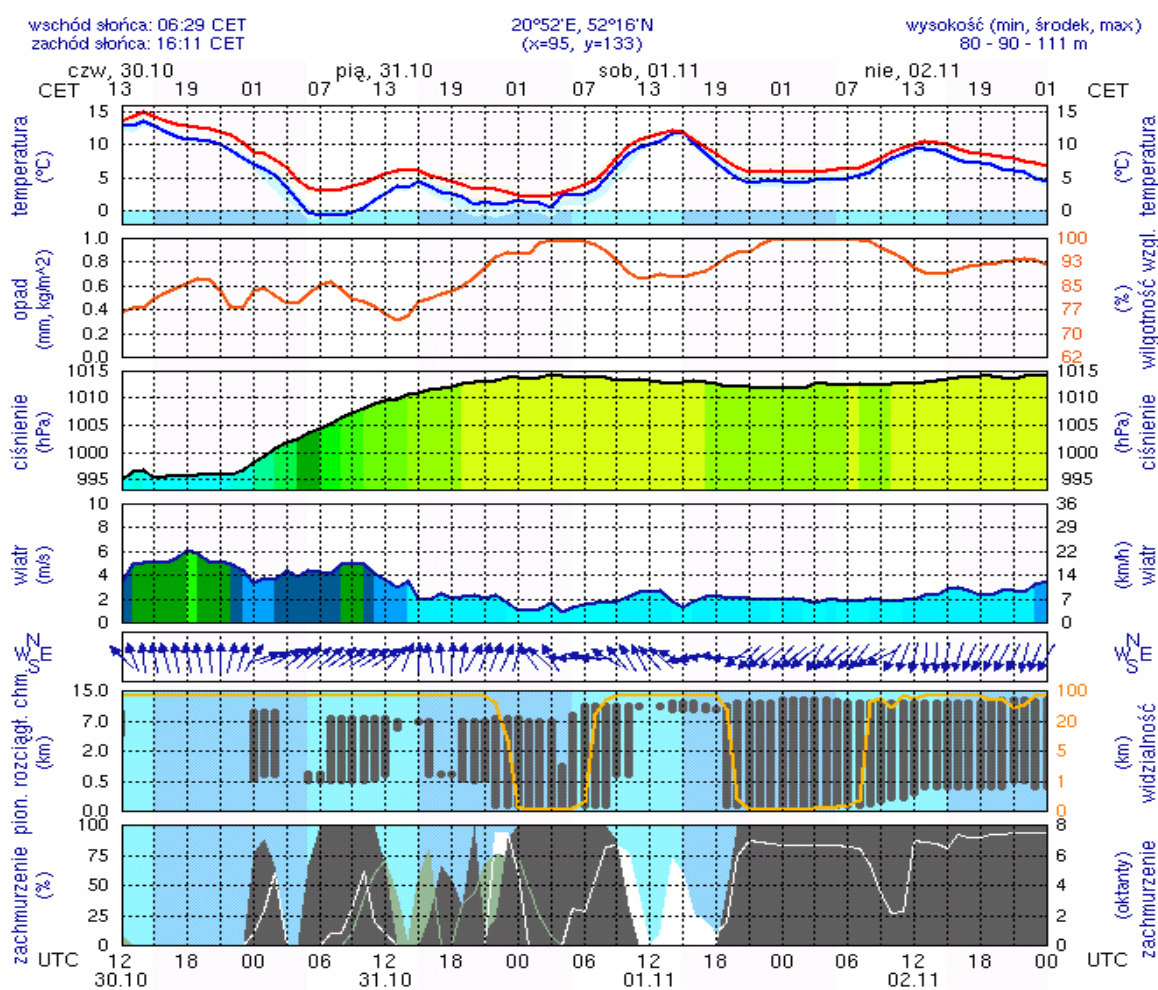


Rysunek 1: Pole prędkości wiatru nad Polską w określonej chwili czasu. Przykład opisu pola przepływu metodą Eulera. Mapy meteorologiczne na których przedstawia się różne POLA to obrazowanie własności atmosfery za pomocą opisu eulerowskiego.

Opis tą metodą można uznać za obraz przestrzennego rozkładu prędkości powietrza w każdej chwili podczas jego ruchu. Oczywiście jeśli skupimy uwagę na określonym elemencie objętości, to powietrze, które wypełnia ten element, będzie się nieustannie zmieniało. Innymi słowy opis metoda Eulera pozwala na opisanie POLA RUCHU, POLA PRZEPŁYWU. Metodą Eulera możemy też opisywać inne pola: temperatury ciśnienia itp. Zarówno mapy pogody jak i meteogramy to przykłady opisu metodą Eulera. Np. jeśli interesujemy się tylko przepływem w kierunku poziomym,

to korzystając z metody Eulera możemy zobrazować pole WIATRU w określonej chwili czasu.

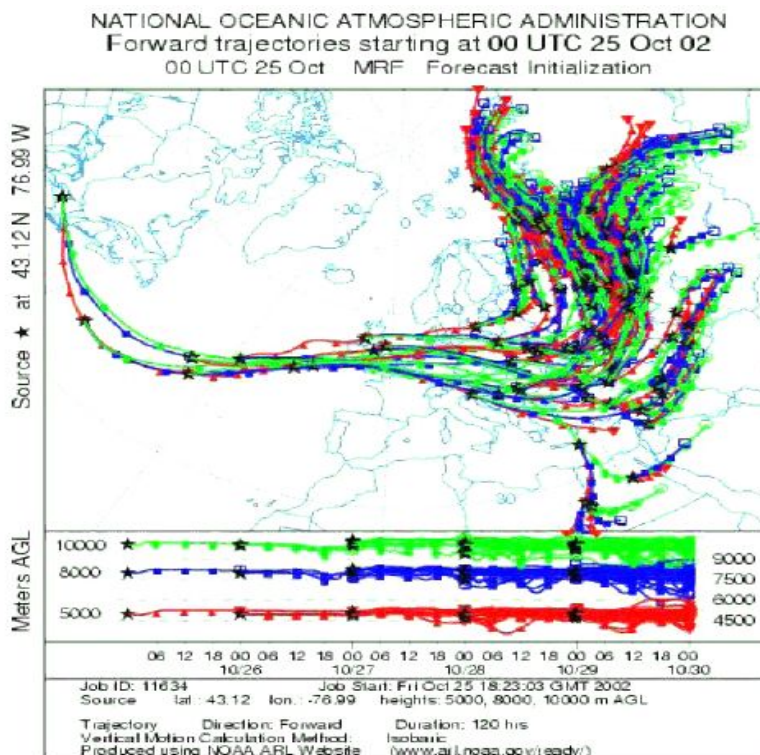
Metoda Lagrange'a traktuje powietrze jako zbiór małych cząstek („baloników”). Prędkość każdej cząstki jest funkcją czasu: $\vec{U}(t)$. Metoda ta opisuje historię ruchu każdej cząstki powietrza w atmosferze, na jej podstawie można obliczyć TRAJEKTORIĘ ruchu cząstki ($\vec{r}(t)$) to znaczy historię jej położenia w czasie. Niestety nie da się nią w prosty sposób wyznaczyć przestrzennego rozkładu prędkości, natomiast stosunkowo łatwo jest śledzić ruch każdej cząstki. Innymi słowy, w opisie Lagrange'a nie widzimy pola ruchu, ale możemy pokazać skąd dana cząstka (objętość) powietrza przyplęnęła, możemy prześledzić jej ewolucję.



meteo@icm.edu.pl

(C) 2007-2008 ICM, Uniwersytet Warszawski

Rysunek 2: Meteogram – przykład zastosowania opisu eulerowskiego do pokazania czasowej zmienności parametrów meteorologicznych w danym punkcie przestrzeni.



Rysunek 3: Analiza przepływu powietrza w atmosferze metodą Lagrange'a. Trzema kolorami zaznaczono trzy rodziny trajektorii cząstek powietrza zaczynających swój ruch w tym samym położeniu geograficznym na trzech różnych wysokościach.

Opisy Eulera i Lagrange'a uzupełniają się wzajemnie. Mając mapy (Euler) przepływu w każdej chwili czasu, możemy odtworzyć przy pewnych założeniach trajektorie cząstek (Lagrange). Znając położenia wszystkich cząstek w każdej chwili jesteśmy w stanie odtworzyć mapy.

2. Wieloskalowość ruchów w atmosferze

Przepływy atmosferyczne obejmują ogromny zakres skal: od globalnej cyrkulacji atmosfery (przepływy w skali globu $\sim 10000\text{km}$), do opływu cząstek aerozolu ($1\mu\text{m}$). Najmniejszą skalą jaką możemy wyróżnić jest tzw. średnia droga swobodna (od zderzenia do zderzenia) cząsteczek składników powietrza. Ze względu na lepkość powietrza przepływy w skalach poniżej 1mm opisuje się stosunkowo łatwo (są zawsze laminarne, uporządkowane), w skalach większych są często turbulentne (chaotyczne, burzliwe, nieuporządkowane). Innymi słowy, najmniejsze zawirowania, mają rozmiar ok. 1mm , co dobrze widać gdy obserwujemy np. dym z papierosa czy trociczki. Lepkość (tarcie) wygładza zawirowania w mniejszych skalach.

W tabeli zebrano różnego rodzaju zjawiska atmosferyczne i przypisano im charakterystyczne skale (rozmiary, rzędy wielkości). Kolorem oznaczono te, które są najbardziej interesujące z punktu widzenia wykładu.

Typy przepływów	Skala pozioma (m)	Nazwa skali
	10^{-7}m ($0.1\ \mu\text{m}$)	średnia droga swobodna
przepływy bezwiarowe	10^{-3}m (1mm)	
najmniejsze wiry	10^{-2}m (1cm)	turbulencja
małe wiry	10^{-1}m (10cm)	
zawierania unoszące pył	1-10m	
podmuchy wiatru	10-100m	
tornado, drobne wiry konwekcyjne	100-1000m	
chmury konwekcyjne, chmury Cumulonimbus	$10^3\text{-}10^4\text{m}$ (1-10km)	mezoskala
mezoskalowe systemy konwekcyjne, fronty, linie szkwałowe	$10^4\text{-}10^6\text{m}$ (10-1000km)	
huragany	$10^5\text{-}10^6\text{m}$ (100-1000km)	skala synoptyczna
nize i wyże	10^6m (1000km)	
cyrkulacja globalna	10^7m (10000km)	skala globalna

Tabela 1: Skale ruchów w atmosferze ziemskiej.

3. Siły działające na cząstkę powietrza

Druga zasada dynamiki Newtona uczy nas, że zmiany ruchu (precyzyjnie mówiąc przyspieszenie) jest efektem działania sił. W tym rozdziale zatrzymamy się chwilę nad siłami, które działają na cząstkę, to znaczy elementarną objętość powietrza. Poniżej wymienimy te siły i omówimy przyspieszenia jakie wywołują.

3.1. Siła gradientu ciśnienia

Jeśli wyobrazimy sobie naszą cząstkę jako sześcian o jednostkowym boku i porównamy siły (ciśnienie) F_{Ax} i F_{Bx} wywierane przez okoliczny płyn na przeciwległe ściany (o powierzchni jednostkowej), to gdy nie są one równe na cząstkę działa siła wypadkowa – ich różnica. To znaczy że kiedy ciśnienie atmosferyczne zmienia się w przestrzeni, na cząstkę powietrza działa siła - tym większa, im większe są zmiany ciśnienia. Zapisujemy to zależnością:

$$\frac{\vec{F}}{m} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \quad (1)$$

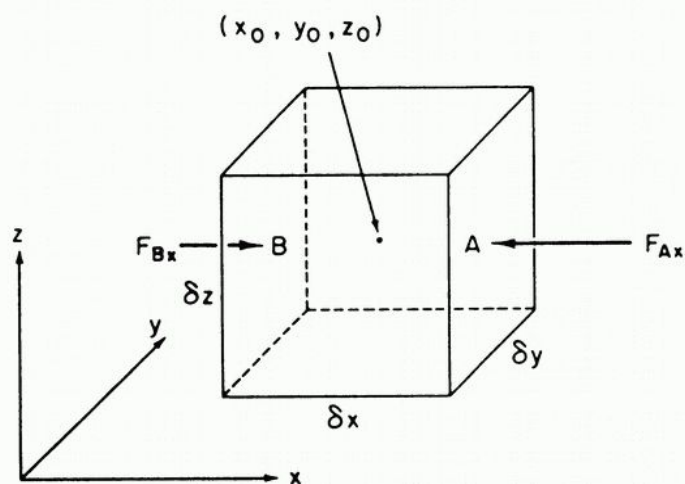
gdzie: $\frac{\vec{F}}{m}$ - siła działająca na jednostkę masy czyli przyspieszenie, ρ - gęstość powietrza, p - ciśnienie.

Podkreślmy, że siła ta jest proporcjonalna nie do samego ciśnienia, ale do jego gradientu:

$$\vec{\nabla} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\} \text{ to tzw.}$$

operator gradientu, pochodna przestrzenna zmian wielkości fizycznej (tu ciśnienia) w

przestrzeni. Np. $\frac{\partial p}{\partial x}$ oznacza pochodną zmian ciśnienia w kierunku x .



Rysunek 4: Wyimaginowany prostokąt powietrza i działające na niego siły.

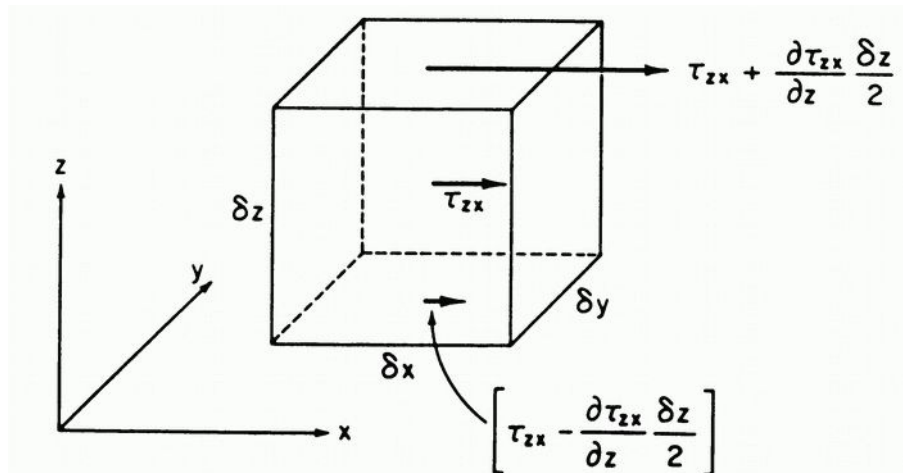
3.2. Siły tarcia

Między atmosferą i powierzchnią Ziemi występuje znaczna siła tarcia. Wiadomym jest, że podłoże wywiera hamujący wpływ na najniższe warstwy poruszającego się nad nim powietrza. Jest to zjawisko wykorzystywane praktycznie: np. aby osłabić niepożądane wiatry i zmniejszyć ich niszczycielski wpływ na uprawy sadzi się szeregi wysokich drzew. Siły tarcia pomiędzy porcjami powietrza wiążą się z różnicami prędkości przepływu. Ponieważ najniższe warstewki powietrza przylegają do nieruchomej powierzchni Ziemi, największe wartości sił tarcia (naprężeń w przepływie) występują w najniższych warstwach atmosfery.

Tarcie (a właściwie naprężenia) może występować również między cząstką (jednostkowa objętością) powietrza i jej otoczeniem. W każdym rzeczywistym przepływie występują naprężenia związane z lepkością, która związana jest z własnościami molekularnymi płynu (powietrza).

W wypadku występowania wielu skal ruchów, przepływy o mniejszych skalach działają podobnie jak lepkość z punktu widzenia przepływu w skali większej. Taki wieloskalowy przepływ nazywa się przepływem turbulentnym. Wyobraźmy sobie na przykład przepływ atmosferyczny (np. fragment niżu) w którym prędkość wiatru rośnie z wysokością. Niech w tym przepływie rozwijają się chmury konwekcyjne z prądami wstępującymi i zstępującymi. Prąd wstępujący przenosi w górę wolniejsze masy powietrza z okolicy powierzchni Ziemi i w ten sposób spowalnia przepływ w wyższych warstwach. Prąd zstępujący transportuje w dół „szybkie” masy powietrza i w ten sposób przyspiesza ruch przy Ziemi. W efekcie zmniejszają się różnice prędkości pionie - podobnie jak pod wpływem lepkości. Naprężenia związane z takimi efektami to tzw. naprężenia Reynoldsa, a transport pędu (i innych wielkości: wilgotności, ciepła,) to transport turbulentny. Odgrywa on w atmosferze ogromną rolę.

Siłę tarcia możemy obliczać rozpatrując różniczkę elementu objętości płynu o bokach $\delta x \delta y \delta z$, co przedstawia poniższy rysunek.



Jeśli naprężenie styczne działające w kierunku x bezpośrednio w centrum tego elementu oznaczymy przez τ_{zx} , wtedy naprężenie działające wzdłuż górnej granicy na poniższą ciecz może być w przybliżeniu zapisane jako:

$$\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{\delta z}{2},$$

podczas gdy naprężenie działające wzdłuż dolnej granicy na powyższą ciecz wynosi:

$$\left[\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{\delta z}{2} \right].$$

Wypadkowa siła tarcia działająca w kierunku x na element objętości jest sumą tych dwóch naprężeń, czyli równa się:

$$\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{\delta z}{2} \right) \delta y \delta x - \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{\delta z}{2} \right) \delta y \delta x.$$

Stąd możemy zauważyć, że siła tarcia na jednostkę masy spowodowana pionowym gradientem x -owej składowej prędkości ma postać:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

gdzie μ – współczynnik lepkości dynamicznej, $\delta x \delta y \delta z = \delta V$ i $\frac{M}{\delta V} = \rho \rightarrow \frac{\delta V}{M} = \frac{1}{\rho}$.

Dla $\mu = \text{const}$ powyższy wzór daje się zapisać w postaci:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},$$

gdzie $\nu = \mu/\rho$ jest kinematycznym współczynnikiem lepkości. Dla atmosfery standardowej na poziomie morza $\nu = 1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Analogicznie można wyprowadzić siłę tarcia działającą we wszystkich kierunkach. W rezultacie składowe siły tarcia na jednostkę masy w trzech współrzędnych kartezjańskich przedstawiają się jako:

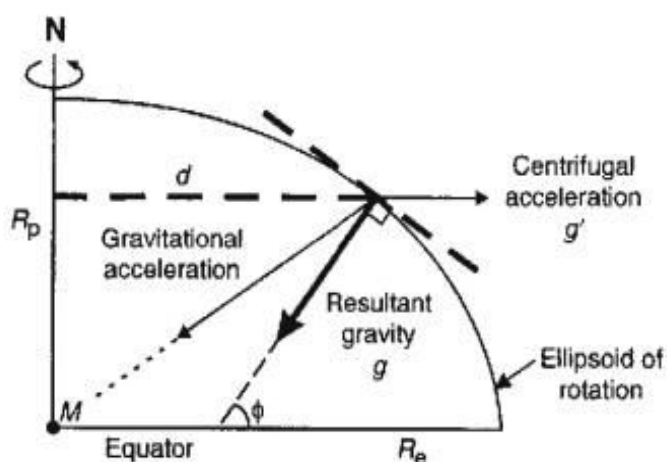
$$\begin{aligned} F_{rx} &= \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \\ F_{ry} &= \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \\ F_{rz} &= \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Dla atmosfery poniżej 100 km współczynnik lepkości ν jest tak mały, że lepkość molekularna jest zanedbywalna, z wyjątkiem cienkiej, kilkucentymetrowej warstwy tuż przy powierzchni Ziemi. Powyżej tarcie spowodowane jest głównie ruchami wirowymi i konwekcją. Dla opisu naprężeń związanych z ruchami turbulencyjnymi często wprowadza się tzw. wirowy (turbulencyjny) współczynnik lepkości.

3.3. Siła grawitacji (ciężkości) i efektywna siła ciężkości (gravity)

Siła grawitacji działająca na cząstkę powietrza o jednostkowej masie to przyspieszenie grawitacyjne \vec{g}_a . Ponieważ atmosfera jest cienka w stosunku do promienia naszej planety, przyspieszenie to jest z dobrym przybliżeniem stałe w całej głębokości atmosfery.

Rzeczywiste (odczuwalne na Ziemi) przyspieszenie grawitacyjne związane jest z faktem że Ziemia obraca się wokół własnej osi. W takim



obracającym się układzie współrzędnych działa siła odśrodkowa $\Omega^2 \vec{R}$, gdzie Ω jest prędkością kątową Ziemi równą $7.292 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$) a \vec{R} jest odległością cząstki od osi obrotu Ziemi. Ponieważ odczuwalny ciężar jest sumą wektorową siły ciężkości i siły odśrodkowej, wygodnie jest łączyć te oddziaływania razem wprowadzając efektywne (odczuwalne) przyspieszenie grawitacyjne \vec{g} :

$$\vec{g} = \vec{g}_a + \Omega^2 \vec{R} \quad (3)$$

Poprawka związana z siłą odśrodkową wywołaną ruchem obrotowym Ziemi jest niewielka (na równiku wynosi ok. 0.03 ms^{-2}) i dla celów praktycznych nie będziemy jej uwzględniać. W dalszej części wykładu przyjmujemy standardową wartość $\vec{g} = 9,81 \text{ ms}^{-2}$. Warto wspomnieć, że mimo niewielkiej wartości siła odśrodkowa powoduje, że Ziemia jest nieco spłaszczona na biegunach.

3.4. Siła Coriolisa

Opis matematyczny siły Coriolisa można otrzymać, rozpatrując beztarciowy ruch hipotetycznej cząstki o jednostkowej masie na poziomej powierzchni na obracającej się Ziemi. Jeśli cząstka jest początkowo w stanie spoczynku względem Ziemi, to działają na nią tylko siły gradientu ciśnienia, grawitacji i odśrodkowa. Załóżmy teraz, że cząstka jest w ruchu w kierunku wschodnim - wzdłuż równoleżnika. W efekcie cząstka wiruje teraz szybciej niż Ziemia i siła odśrodkowa działająca na nią wzrasta. Ten przyrost siły odśrodkowej spowodowany równoleżnikowym ruchem cząstki to siła Coriolisa. Gdy przez u oznaczymy wschodnią składową prędkości cząstki względem podłoża, całkowita siła odśrodkowa będzie wyrażała się wzorem:

$$\left(\Omega + \frac{u}{R}\right)^2 \vec{R} = \Omega^2 \vec{R} + \frac{2\Omega u \vec{R}}{R} + \frac{u^2 \vec{R}}{R^2} \quad (4)$$

Pierwszy człon z prawej strony równania jest siłą odśrodkową na obracającej się Ziemi. Pozostałe dwa człony reprezentują siły odchylające, które działają na zewnątrz wzdłuż wektora \vec{R} (to jest prostopadle do osi obrotu). Dla przepływów atmosferycznych $|u| \ll \Omega R$ i ostatni człon może być zaniedbany. Drugi człon jest właśnie siłą Coriolisa związaną z ruchem wzdłuż równoleżnika. Siła Coriolisa działa też podczas ruchu w innych kierunkach, ale wytłumaczenie tego jest nieco trudniejsze, więc dla naszych celów przyjmujemy tylko, że siła Coriolisa jest związana z ruchem względem powierzchni Ziemi i na półkuli północnej wywołuje odchylenie toru ruchu w prawo, a na południowej w lewo. Animacje przedstawiające działanie tej siły można znaleźć pod adresem: http://ffden-2.phys.uaf.edu/213.web.stuff/ET_AL_web_site/movies.html a ciekawy artykuł omawiający pewne nieporozumienia z nią związane jest dostępny tu: http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/gkv/history/persson_on_coriolis05.pdf

Siłę Coriolisa możemy rozłożyć na składowe w poziomie i w pionie. W meteorologii interesuje nas na ogół pozioma składowa siły Coriolisa, która na równiku wynosi zero.

4. Równanie ruchu

4.1. Podstawowa postać równania ruchu

Suma wszystkich sił działających na cząstkę powietrza wywołuje jej przyspieszenie:

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = -2\vec{\Omega} \times \vec{U} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} + \vec{F}_t \quad (5)$$

gdzie $\vec{U} = \{u, v, w\}$ oznacza prędkość cząstki (odpowiednio równoleżnikową, południkową i w pionie), tzw. *pochodna zupełna po czasie* tej prędkości ($\frac{d\vec{U}}{dt}$) to przyspieszenie cząstki, a \vec{F}_t oznacza siłę tarcia. Równanie to możemy opisać słowami:

(całkowite przyspieszenie cząstki)=

(przyspieszenie pod wpływem siły Coriolisa)

+ (przyspieszenie pod wpływem siły gradientu ciśnienia)

+(przyspieszenie pod wpływem siły ciężkości)

+(przyspieszenie pod wpływem siły tarcia)

Przedstawiona wyżej forma równania ruchu stanowi podstawę meteorologii dynamicznej.

Rozwińmy teraz wektorową postać równania ruchu na składowe we współrzędnych sferycznych z powierzchnią Ziemi jako powierzchnią odniesienia. Ośiami współrzędnych są wtedy (λ, ϕ, z) , gdzie λ jest długością geograficzną, ϕ szerokością geograficzną, a jest promieniem Ziemi, z wysokością nad powierzchnią Ziemi. Ostatecznie otrzymujemy wyrażenia:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} - \frac{uv \tan \phi}{a} + \frac{uw}{a} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \sin \phi - 2\Omega w \cos \phi + F_{tx} \\ \frac{dv}{dt} + \frac{u^2 \tan \phi}{a} + \frac{vw}{a} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \sin \phi + F_{ty} \\ \frac{dw}{dt} - \frac{u^2 + v^2}{a} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega u \cos \phi + F_{tz}, \end{aligned} \quad (6)$$

które są odpowiednio wschodnią, północną i pionową składową równania ruchu, to znaczy równaniami na przyspieszenia w kierunku wschód - zachód, północ - południe i góra - dół.

4.2. Jak rozwiązać? Analiza skali równań ruchu

Równania ruchu atmosfery w formie podanej wyżej, wchodzące w skład tzw. równań

pierwotnych (ang. *primitive equations*) są skomplikowane. Fizyka jest sztuką przybliżeń i nam wystarczą równania w postaci przybliżonej, choć np. w obliczeniach numerycznych prognoz pogody rozwiązuje się równania w formie pełnej. Postaramy się przeanalizować, które siły wywołują największe przyspieszenia i tylko je będziemy uwzględniać.

Analiza skali lub **skalowanie**, jest wygodną techniką szacowania wielkości wyrażen w równaniach. W tabeli wcześniej podano różne zakresy skal długości od których zależy rodzaj przepływów, co stanowi wygodne narzędzie klasyfikacji układów. W skalowaniu wybiera się skale charakterystyczne dla przepływów, które chcemy opisać: odległości, wysokości, czasu, oraz właściwe dla nich zakresy zmienności pól (temperatury, ciśnienia, prędkości i.t.p.). Te wartości są następnie użyte do porównania wartości poszczególnych składników równania ruchu. Dzięki temu dla ruchów obejmujących tylko niektóre skale, można zidentyfikować człony równań odgrywające małą rolę (mniejsze od innych) i pominąć je.

Zajmiemy się teraz tylko przepływami charakterystycznymi dla wyżów i niżów w umiarkowanych szerokościach geograficznych.

- Odpowiednia skala długości (rozmiar) to 1000-2000 km:

$$L \sim 10^6 \text{ m} - \text{skala długości} - 1000 \text{ km} - \text{charakterystyczny rozmiar wyżów i niżów.}$$

- Typowa prędkość w takich układach to:

$$U \sim 10 \text{ m s}^{-1} - \text{skala prędkości horyzontalnej} - \text{typowa prędkość wiatru.}$$

- Skala wysokości to:

$$D \sim 10^4 \text{ m} - 10 \text{ km} - \text{skala wysokości} - \text{głębokość troposfery.}$$

- Skale długości i prędkości wyznaczają skalę czasu:

$$L/U \sim 10^5 \text{ s} - \text{skala czasu} - \text{ponad dobę} - \text{pogoda w naszych szerokościach geograficznych często zmienia się z dnia na dzień.}$$

Żeby obliczyć wartości poszczególnych składników musimy podać jeszcze kilka wielkości. Zaczniemy od sił gradientu ciśnienia. Typowa skala zmienności ciśnienia z dnia na dzień to 10 hPa. Jeśli uwzględnimy, że gęstość powietrza to ok. 1 kg m^{-3} (przy gruncie typowo 1.2 kg m^{-3}) to możemy obliczyć wartość:

$$\frac{\delta p}{\rho} \sim 10^3 \text{ m s} - \text{horyzontalna skala fluktuacji ciśnienia o gęstości } \rho .$$

Typowa wartość prędkości pionowych w wyżach czy niżach, to $W \sim 1 \text{ cm s}^{-1}$.

Ponieważ nasze szacowania dotyczą umiarkowanych szerokości geograficznych (nie biegunów czy równika), przyjmijmy $\phi = 45^\circ$.

	A	B	C	D	E	F	G
X:	$\frac{du}{dt}$	$-2\Omega v \sin \phi$	$+2\Omega w \cos \phi$	$+\frac{uw}{a}$	$-\frac{uv \tan \phi}{a}$	$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$	$+F_{tx}$
Y:	$\frac{dv}{dt}$	$+2\Omega u \sin \phi$		$+\frac{vw}{a}$	$+\frac{u^2 \tan \phi}{a}$	$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$	$+F_{ty}$
S:	$\frac{U^2}{L}$	$f_0 U$	$f_0 W$	$\frac{UW}{a}$	$\frac{U^2}{a}$	$\frac{\delta P}{\rho L}$	$\frac{vU}{D^2}$
W:	10^{-4}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-8}	10^{-5}	10^{-3}	10^{-12}

Tabela 2: Oszacowania i wartości odpowiednich składników pierwszych dwóch równań opisujących ruch w poziomie (wiatr). A-G to poszczególne składniki równań ruchu w kierunku X (wschód-zachód) i Y (północ-południe). W wierszu S podano skale poszczególnych członów (f_0 to tzw. parametr Coriolisa, obliczony na podstawie szerokości geograficznej i znanej prędkości ruchu obrotowego Ziemi). W wierszu W (jak Wynik) podano (w ms^{-2}) wartości odpowiednich składników – przyspieszenia.

Tak przygotowani możemy oszacować wartość każdego składnika układu równań (6), jak to przedstawiono w powyższej tabeli. Po obliczeniach (proszę porównać rzędy wielkości wyrazów przedstawionych w wierszu W) okazuje się, że dla ruchów w skali synoptycznej, w praktyce równoważą się dwa składniki równań ruchu:

$$\begin{array}{ccc} \text{przyspieszenia} & & \text{przyspieszenia wywołane} \\ \text{wywoływane siłą gradientu} & \approx & \text{siłą Coriolisa} \\ \text{cinienia} & & \end{array}$$

TO PRZYBLIŻENIE NAZYWANE JEST PRZYBLIŻENIEM GEOSTROFICZNYM

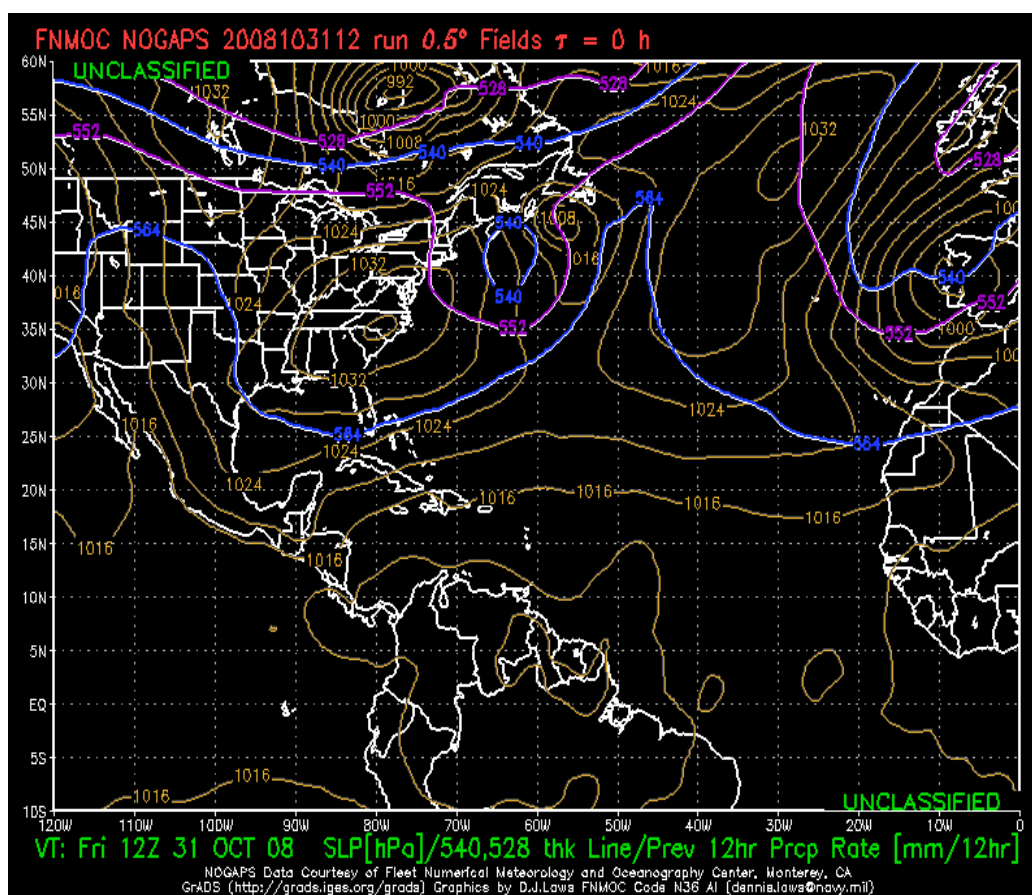
Stwierdzenie, że ruch (przepływ powietrza) w skali synoptycznej (w wyżach i niżach) w 90% opisany jest równowaga siły gradientu ciśnienia i siły Coriolisa ma fundamentalne znaczenie dla meteorologii.

Po pierwsze: jeśli zauważymy, że siła Coriolisa (przy znanej prędkości obrotowej globu) zależy tylko od szerokości geograficznej i prędkości przepływu, to zrozumiemy dlaczego ciśnienie powietrza jest tak ważne: wystarczy zmierzyć ciśnienie, żeby analizując jego różnice (gradienty) określić z dokładnością 10% prędkość ruchu poziomego (wiatru).

Po drugie: widzimy, że to co opisuje zmienność pogody (pochodne po czasie – człony w kolumnie A), jest drobnym ułamkiem podstawowej równowagi sił. Oznacza to, że prognozowanie pogody jest trudne – wymaga bardzo dokładnych pomiarów i obliczeń.

Po trzecie: tak prosta zależność – równowaga dwóch sił – obowiązuje tylko w umiarkowanych szerokościach geograficznych i dla określonych skal ruchu. W chmurze burzowej, tornadzie, wielu innych przepływach, a także w wypadku przepływów w skali 1000 kilometrów na równiku do opisu przepływów atmosferycznych nie wystarczą te dwie siły.

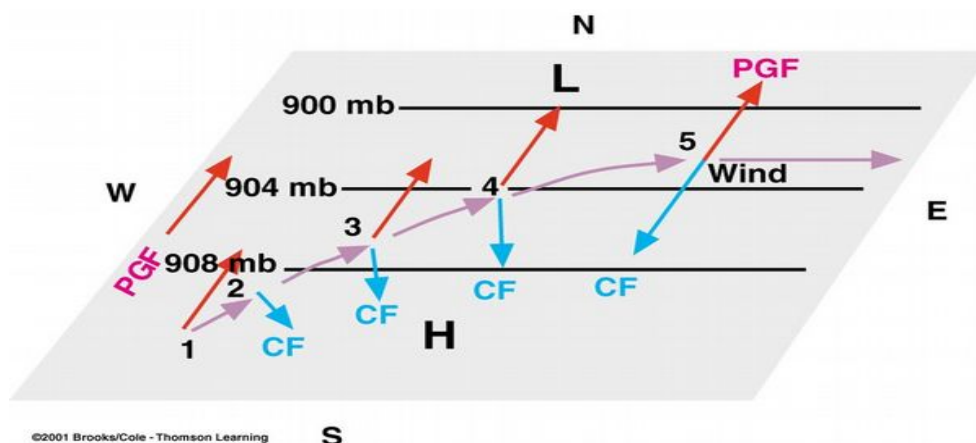
Proszę zauważyć, że zostaje nam jeszcze trzecie równanie z układu (6). Pozwolimy sobie na pominięcie jego analizy, podamy tylko wynik: w pionie z bardzo dobrym przybliżeniem równoważą się siła gradientu ciśnienia i siła ciężkości. Taka równowagę nazywamy hydrostatyczną, występuje ona w atmosferze w ruchach w skali synoptycznej (nie w przepływach mezoskalowych!).



Rysunek 5: Pole ciśnienia na Atlantyku. Widać wyżej i niżej umiarkowanych szerokości geograficznych i brak wyżów i niżów w strefie równikowej.

5. Ruch w poziomie – wiatr

Zajmijmy się teraz konsekwencjami rozważań przeprowadzonych w poprzednim rozdziale dla przepływów powietrza w poziomie. Innymi słowy postaramy się teraz zrozumieć wiatr. Rozważmy cząstkę powietrza na półkuli północnej. Cząstka jest w stanie spoczynku, nagle pojawia się poziomy gradient ciśnienia (Rys. 6).



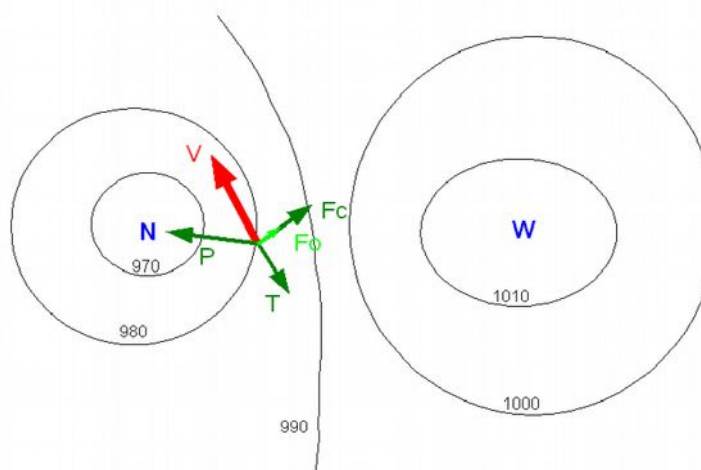
Rysunek 6: Ruch cząstki pod wpływem siły gradientu ciśnienia (PGF) i siły Coriolisa (CF).

Cząstka, początkowo w bezruchu przyspiesza (fioletowe strzałki na rysunku) pod wpływem siły gradientu ciśnienia (czerwone strzałki) kierując się od wysokiego ciśnienia (H) w kierunku niskiego ciśnienia (L). Im większa różnica ciśnień między dwoma punktami i im mniejsza odległość między nimi (czyli im większy gradient ciśnienia), tym większa prędkość wiatru.

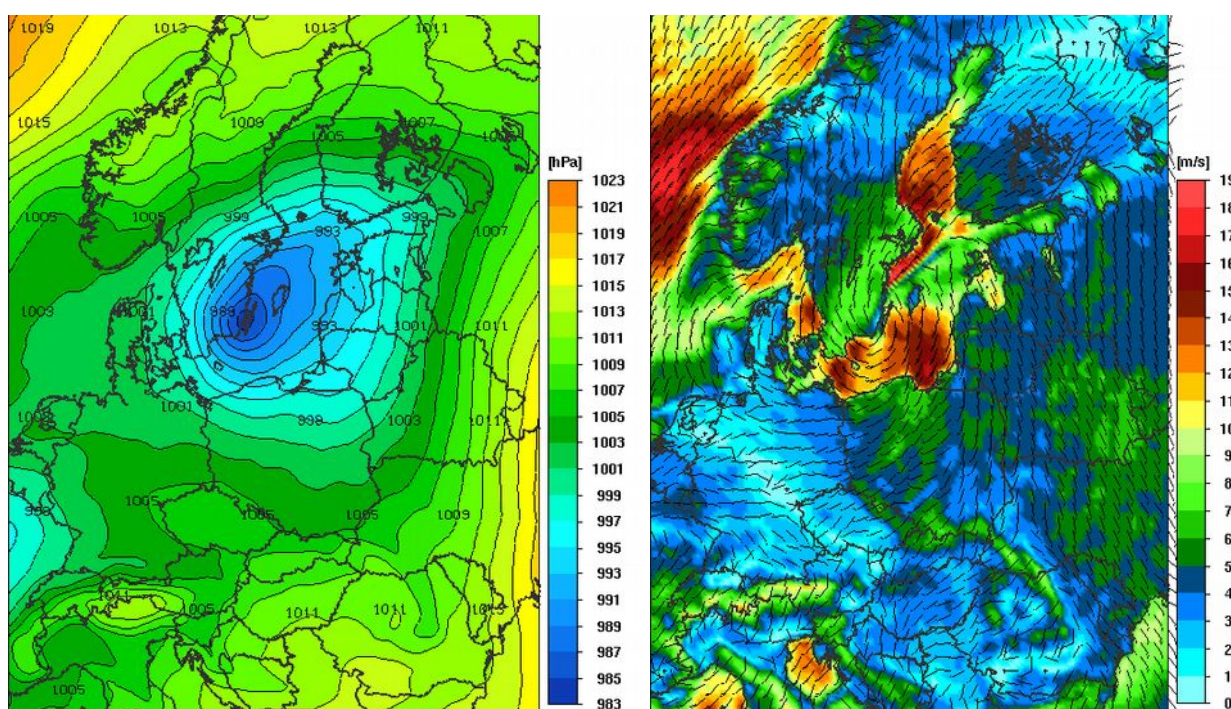
Gdy tylko prędkość cząstki staje się większa od zera pojawia zależna od prędkości i kierunku ruchu siła Coriolisa (niebieskie strzałki), zakrzywiająca tor ruchu w prawo. W pewnym momencie - przy pewnej prędkości - dochodzi do równowagi tych sił (równowaga geostroficzna) i ruch odbywa się jednostajnie (ze stałą prędkością) wzdłuż izobar. Na półkuli północnej ośrodek niskiego ciśnienia jest położony na lewo, a wysokiego ciśnienia na prawo od kierunku wiatru. Na półkuli południowej sytuacja jest odwrotna. Taki obraz ruchu jest prawdziwy w wypadku, gdy siły tarcia są zaniedbywalnie małe, w praktyce powyżej tzw. warstwy granicznej atmosfery, obejmującej kilkaset najniższych metrów nad powierzchnią Ziemi.

W przypadku gdy siła tarcia nie może być zaniedbana, równowaga sił wygląda jak na Rys. 7. Pamiętajmy, że siła Coriolisa jest siłą bezwładności spowodowaną ruchem obrotowym Ziemi i jej składowa pozioma przybiera największe wartości na biegunach, na równiku zaś spada do zera; jest skierowana pod kątem prostym do kierunku ruchu masy (w prawo na półkuli północnej i w lewo na południowej), wywołuje więc zakrzywienie toru ruchu. Z zakrzywieniem toru ruchu wiąże się pojawianie siły odśrodkowej („nowa” siła odśrodkowa – nie mylić z siłą związaną z ruchem obrotowym Ziemi!) skierowanej zawsze na zewnątrz krzywizny. Kierunek siły tarcia jest natomiast zawsze przeciwny do kierunku ruchu, a jej wartość gwałtownie spada z wysokością nad powierzchnią Ziemi. Wysoko nad powierzchnią Ziemi, gdzie tarcie jest zaniedbywalnie małe,

wiatr wieje praktycznie wzdłuż linii stałego ciśnienia (izobar), niżej ruch jest skierowany w stronę niskiego ciśnienia i to tym bardziej, im większe jest tarcie. Innymi słowy: fakt że Ziemia się obraca powoduje, że wiatr w umiarkowanych szerokościach geograficznych wieje niemal wzdłuż izobar!



Rysunek 7: Schemat sił działających na cząstkę powietrza. Na niebiesko zaznaczono siły: P - siła gradientu ciśnienia; T - siła tarcia; F_c - pozioma składowa siły Coriolisa (w tę stronę działa na półkuli północnej); Czarnymi liniami oznaczono izobary, N - środek niżu, W - centrum wyżu, czerwoną strzałką V oznaczono wektor prędkości wiatru.



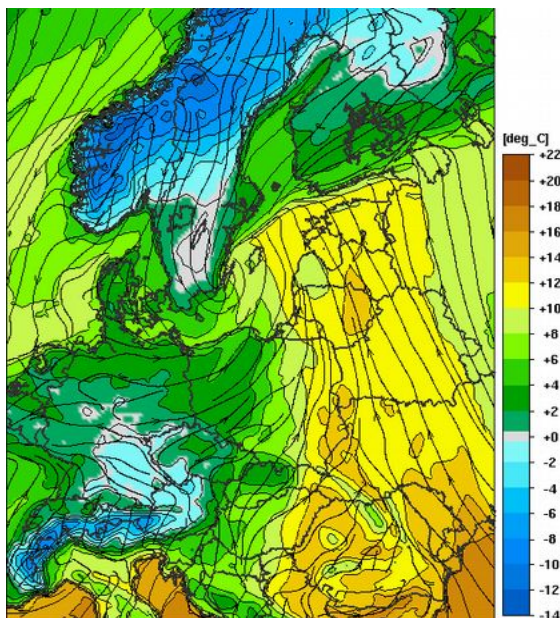
Rysunek 8: Pole ciśnienia przy powierzchni Ziemi (lewy panel). Kierunek wiatru na wysokości 10m nad ziemią oznaczony strzałkami z ogonkami (prawy panel, im większa liczba ogonków tym większa prędkość wiatru). W obszarach gdzie tarcie jest duże (nad lądem – popatrz co dzieje się nad północną Polską) kierunek wiatru nie pokrywa się z izobarami. To efekt siły tarcia. Widać wyraźny spływ mas powietrza do centrum niżu (new.meteo.pl – COAMPS).

Do punktu (obszaru), gdzie ciśnienie jest najniższe, bezustannie na niskich poziomach napływają masy powietrza. Taka sytuacja może utrzymać się przez dłuższy czas tylko wówczas, gdy w centralnym obszarze niżu występują ruchy wznoszące i powietrze, które tam napływa, wznosi się w górę. Analogicznie w centrum wyżu muszą występować ruchy zstępujące a powietrze w jego dolnej części rozplywa się na boki. Niesie to ze sobą konsekwencje dla pogody – w centrum niżu pogoda jest zazwyczaj brzydka, a w centrum wyżu ładna. Dlaczego? Dowiemy się w kolejnych wykładach.

Mapki z modelu COAMPS są przykładami opisu Eulerowskiego. Linie prądu prawie nigdy (poza sytuacjami stacjonarnymi, niezmiennymi w czasie) nie są trajektoriami!

Trajektorie bywają bardzo skomplikowane. W praktyce, w krótkim okresie czasu i przy wolno zmiennej pogodzie niewiele różnią się od linii prądu. Wtedy można prognozować ruch mas powietrza określając położenie danej masy (np. na podstawie temp. punktu rosy) i patrząc na kierunek izobar (kierunek wiatru, linie prądu ponad warstwa graniczną) oraz gęstość izobar (im większa tym większa prędkość wiatru).

Jednak w większości sytuacji meteorologicznych takie podejście może nie być właściwe i w wyniku może prowadzić do błędnych wniosków). Powtórzmy jeszcze raz: jeśli interesują nas inne skale ruchu niż skala synoptyczna (już np. w ruch w poprzek frontów) czy ruch w strefie równikowej, bilans sił jest inny niż sugeruje to przybliżenie geostroficzne. Analiza skali pokazuje, że w takich przypadkach ważne są kolejne człony równania ruchu.

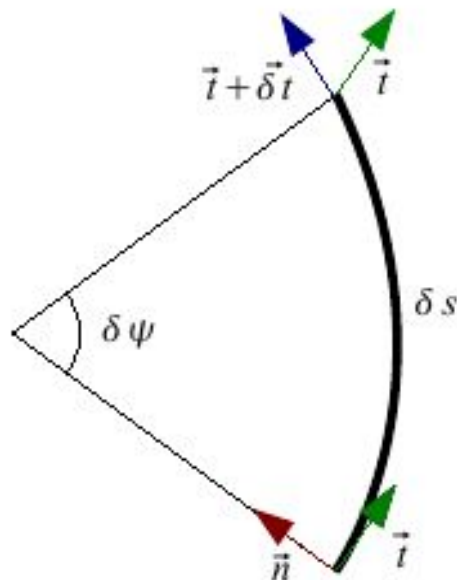


Rysunek 9: Pole temperatury powietrza przy powierzchni Ziemi i linie prądu (linie styczne do kierunku wiatru). Łatwo zaobserwować jak kończą się one w obszarze odpowiadającym centrum niżu z poprzedniego obrazka. Na tej ilustracji widzimy też inne ciekawe struktury - obszary zbieżności (w strefie frontowej).

6. Przepływy zrównoważone (ang. "Balanced flows").

Przepływy atmosferyczne i oceaniczne zależą od następujących sił: siły ciężkości (gravity), siły gradientu ciśnienia, siły Coriolisa, siły tarcia oraz, w przypadku ruchu po krzywej od siły odśrodkowej. Przepływy zrównoważone to takie, dla których siły działające na cząstkę powietrza się równoważą. W takim wypadku nie ma przyspieszeń i mamy do czynienia z przepływami stacjonarnymi. Ze względu na bardzo dobre zrównoważenie siły ciężkości przez pionową składową gradientu ciśnienia (równowaga hydrostatyczna) będziemy rozważać tylko zrównoważone przepływy w poziomie (wiatr).

Przepływy zrównoważone badać będziemy w tzw. naturalnym układzie współrzędnych. Współrzędna s (styczna, wersor \vec{t}) jest w tym układzie skierowana wzdłuż wektora prędkości, a współrzędna normalna n (wersor \vec{n} skierowana w lewo pod kątem prostym do współrzędnej s :



$$\vec{V} = V \vec{t}, V = \frac{ds}{dt}, |\vec{t}| = 1$$

$$\delta \psi = \frac{\delta s}{R} = |\delta \vec{t}|, R > 0 \text{ dla lewoskrętnego}, R < 0 \text{ dla prawoskrętnego}$$

$$\delta \vec{t} \parallel \vec{n}, \frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{\vec{n}}{R},$$

$$\frac{d\vec{t}}{dt} = \frac{d\vec{t}}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{\vec{n}}{R} V, \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V \vec{t}) = \frac{dV}{dt} \vec{t} + V \frac{d\vec{t}}{dt} = \vec{t} \frac{dV}{dt} + V^2 \frac{\vec{n}}{R}$$

Równanie ruchu na poziomą składową prędkości:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + f\vec{k} \times \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p$$

w tych składowych przybiera postać:

$$\text{składowa s: } \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s};$$

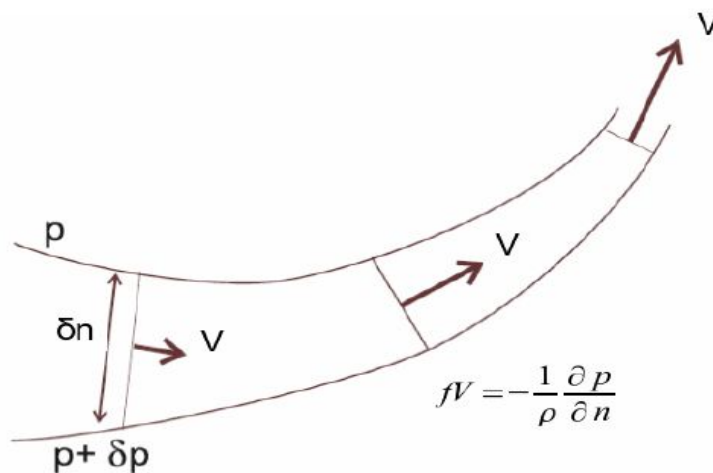
$$\text{składowa n: } \frac{V^2}{R} + fV = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}.$$

Dla ruchów wzdłuż izobar pierwsze równanie daje $V = \text{const.}$

Zajmijmy się teraz przypadkami szczególnymi.

1. Ruch geostroficzny: $R \rightarrow \infty$:

$$fV = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}.$$



W miarę wzrostu gradientu ciśnienia rośnie prędkość przepływu.

2. Ruch inercjalny - $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$:

$$\frac{V^2}{R} + fV = 0$$

3. Przepływ cyklostroficzny – siła Coriolisa zaniedbywalnie mała w stosunku do gradientu ciśnienia i siły odśrodkowej (np. tornado, mieszanie herbaty):

$$\frac{V^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}, V = \left(-\frac{R}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}\right)^{1/2}$$

4. Przepływ gradientowy.

$$V = -\frac{fR}{2} \pm \left(\frac{f^2 R^2}{4} - \frac{R}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}\right)^{1/2}$$

UWAGA: w zależności od kierunku zakrzywienia ruchu R jest dodatnie lub ujemne. Prędkość V musi być zawsze rzeczywista i dodatnia! Nie wszystkie rozwiązania są dopuszczalne!

Znak R	Znak $\partial p/\partial n$	\pm	Rodzaj cyrkulacji	Ograniczenia	Orientacja sił
+	+	+/-	Niedopuszczalny fizycznie	N/A	
-	+	+	Anomalny niż	brak	Sily gradientu ciśnienia i Coriolisa skierowane przeciwnie do siły odśrodkowej.
-	+	-	Niedopuszczalny fizycznie	N/A	
+	-	+	Niż	brak	Siła gradientu ciśnienia i skierowana przeciwnie do siły Coriolisa i siły odśrodkowej.
+	-	-	Niedopuszczalny fizycznie	N/A	
-	-	+	Anomalny wyż	$ \frac{\partial p}{\partial n} \leq \frac{f^2 \rho}{4} R $	Siła Coriolisa skierowana przeciwnie do siły gradientu ciśnienia i siły odśrodkowej.
-	-	-	Wyż	$ \frac{\partial p}{\partial n} \leq \frac{f^2 \rho}{4} R $	Siła Coriolisa skierowana przeciwnie do siły gradientu ciśnienia i siły odśrodkowej.

