1100-4BW12, rok akademicki 2018/19

WSTĘP DO OPTYKI FOURIEROWSKIEJ

dr hab. Rafał Kasztelanic

Koherencja

Spójność: korelacja między fazami drgań.

Spójność czasowa: w tym samym punkcie przestrzeni w różnym czasie.

Spójność przestrzenna: w różnych punktach przestrzeni w tym samym czasie

Układ optyczny

Dla dowolnego oświetlenia (nieidealne źródło punktowe, efekt Dopplera, itd.):

$$u_2(x_2, y_2, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(x_1, y_1, t)\underbrace{h(x_2 - x_1, y_2 - y_1)}_{\text{odpowiedź impulsowa}} dx_1 dy_1$$

(w ogólność zależność o czasu ale fala quasi-monochromatyczna i wolno zmienna amplituda)

Rozkład natężenia w obrazie (średnia po czasie):

$$I_2(x_2, y_2) = \langle u_2(x_2, y_2, t)\, u_2^*(x'_2, y'_2, t)\rangle$$

$$I_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_1 \iint_{-\infty}^{\infty} \langle u_0(x_1, y_1, t)\, u_0^*(x'_1, y'_1, t)\rangle\, \langle h(x_2 - x_1, y_2 - y_1)\, h^*(x_2 - x'_1, y_2 - y'_1)\rangle dx_1 dy_1$$

Rozkład natężenia w obrazie zależy od uśrednionego po czasie kwadratu modułu amplitudy zespolonej w przedmiocie.

Układ optyczny - oświetlenie koherentne

Całkowita korelacjia

$$I_2(x_2, y_2) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(x_1, y_1) h(x_2 - x_1, y_2 - y_1)\, dx_1 dy_1 \right|^2$$

wzory jak wcześniej czyli:

$$u_2(x_2, y_2, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} u_0(x_1, y_1, t) h(x_2 - x_1, y_2 - y_1) dx_1 dy_1$$

Rozkład amplitudy zespolonej = splot sygnału wejściowego z odpowiedzią impulsową układu

Poszczególne fale najpierw ze sobą interferują a dopiero na ekranie dostaję sygnał natężeniowy.

Funkcja przenoszenia - oświetlenie koherentne

Odpowiedź impulsowa dla układu gdzie mamy jakąś aperturę *P*:

$$h(x_2, y_2) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} P(\lambda d_2 x, \lambda d_2 y)\, exp[-i2\pi(x_2 x + y_2 y)]$$

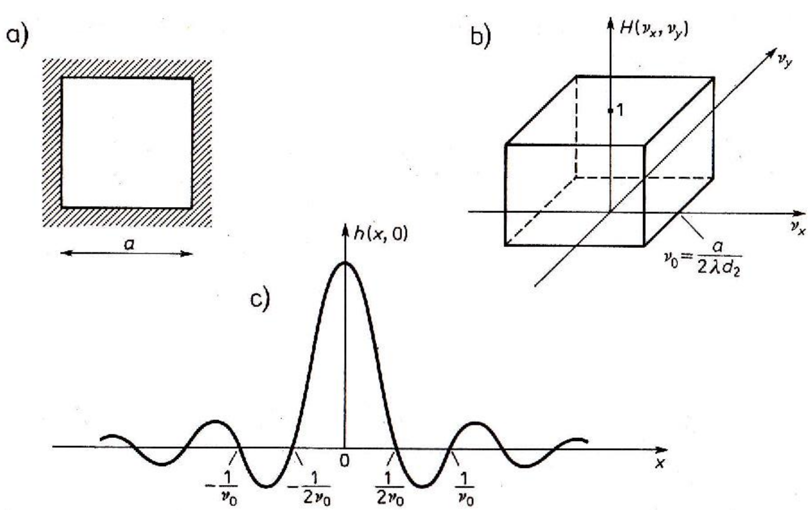
Funkcja przenoszenia (Funkcja przenoszenia dla oświetlenia koherentnego):

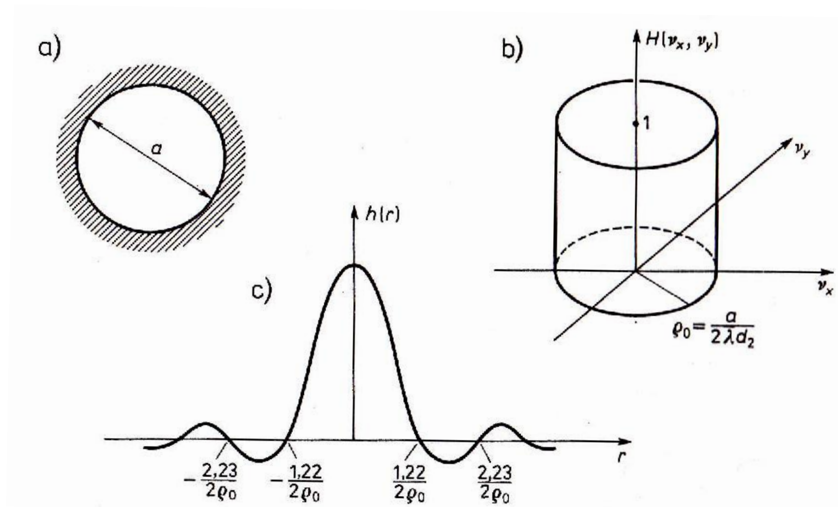
$$H(\nu_x, \nu_y) = FT\{h(x_2, y_2)\} = FT\{FT\{P(c, \lambda d_2 y)\}\} = P(-\lambda d_2 x, -\lambda d_2 y)$$

równa się odwróconej funkcji źrenicy.

Można też zapisać: $U_2(\nu_x, \nu_y) = \underline{H(\nu_x, \nu_y) U_0(\nu_x, \nu_y)}$ bo: $u_2(x_2, y_2, t) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} u_0(x_1, y_1, t) h(x_2 - x_1, y_2 - y_1) dx_1 dy_1$

Splot funkcji przenoszenia z sygnałem wejściowym





Układ optyczny - oświetlenie niekoherentne

Całkowita przypadkowość faz i miejsca wychodzenia fal z przedmiotu = brak korelacji

$$\langle u_0(x_1, y_1, t)\, u_0^*(x'_1, y'_1, t)\rangle = K I_0(x_1, y_1)\delta(x_1 - x'_1, y_1 - y'_1)$$

2 fale nie interferują ze sobą ale od razu biorę ich natężenie

$$I_2(x_2, y_2) = \underbrace{K}_{\text{stała}} \iint_{-\infty}^{\infty} \underbrace{I_0(x_1, y_1)}_{\text{natężenie w obrazie}} \underbrace{|h(x_2 - x_1, y_2 - y_1)|^2}_{\text{kwadrat funkcji przenoszenia (natężeniowa funkcja przenoszenia)}} dx_1 dy_1$$

Funkcja przenoszenia - oświetlenie niekoherentne

Mogę to ogólnie zapisać jako:

$$I_2(x_2, y_2) = K I_0(x_2, y_2) \otimes |h(x_2, y_2)|^2$$

Jak przejdziemy do przestrzeni częstości:

$$I_2(\nu_x, \nu_y) = I_0(\nu_x, \nu_y)\widetilde{H}(\nu_x, \nu_y)$$

Natężeniowa funkcja przenoszenia (Funkcja przenoszenia dla oświetlenia niekoherentnego):

$$\widetilde{H}(\nu_x, \nu_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} |h(x, y)|^2 \exp\left[-i2\pi(x\nu_x + y\nu_y)\right] dxdy$$

Funkcja przenoszenia - oświetlenie niekoherentne

Relacja między funkcją przenoszenia koherentną a niekoherentną:

$$\widetilde{H}(\nu_x, \nu_y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \underline{|h(x,y)|^2} \exp[-i2\pi(x\nu_x + y\nu_y)]dxdy$$

$$\widetilde{H}(\nu_x, \nu_y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} H(\nu'_x, \nu'_y)H^*(\nu'_x - \nu_x, \nu'_y - \nu_y)d\nu'_x d\nu'_y$$

Po zamianie zmiennych:

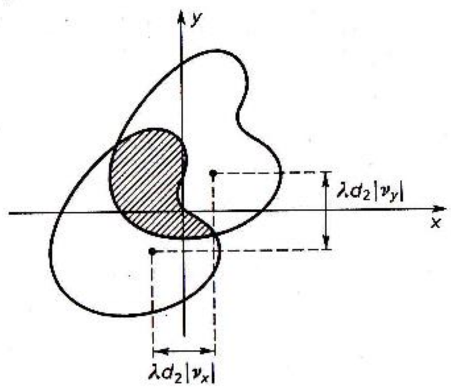
$$\widetilde{H}(\nu_x, \nu_y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} H\left(\nu'_x - \frac{\nu_x}{2}, \nu'_y - \frac{\nu_y}{2}\right) H^*\left(\nu'_x + \frac{\nu_x}{2}, \nu'_y + \frac{\nu_y}{2}\right) d\nu'_x d\nu'_y$$

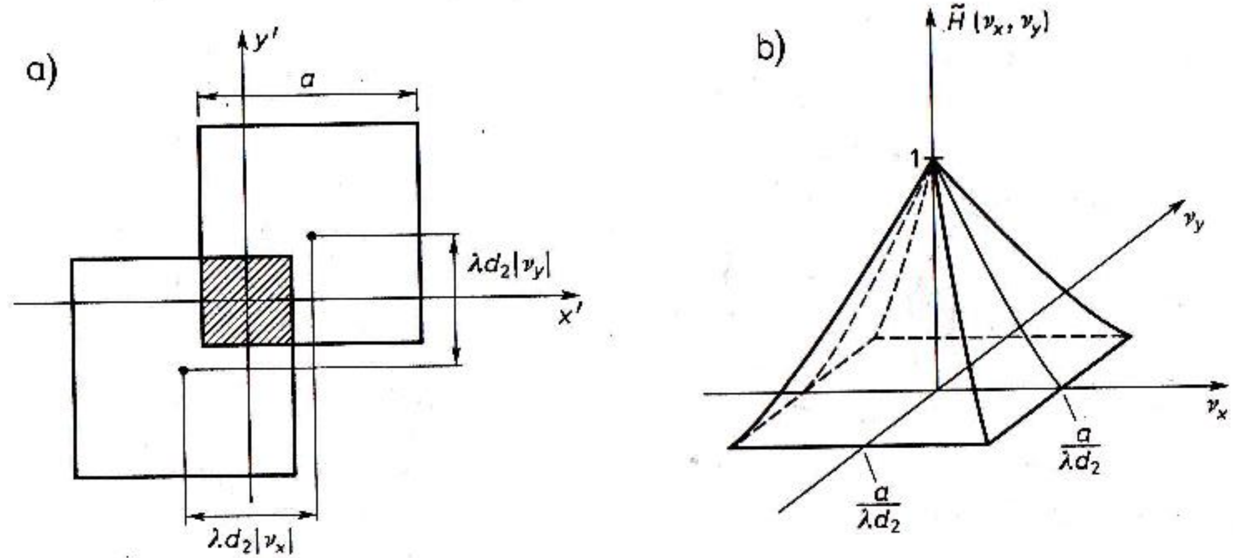
Odpowiedź impulsowa dla układu gdzie mamy jakąś aperturę *P*:

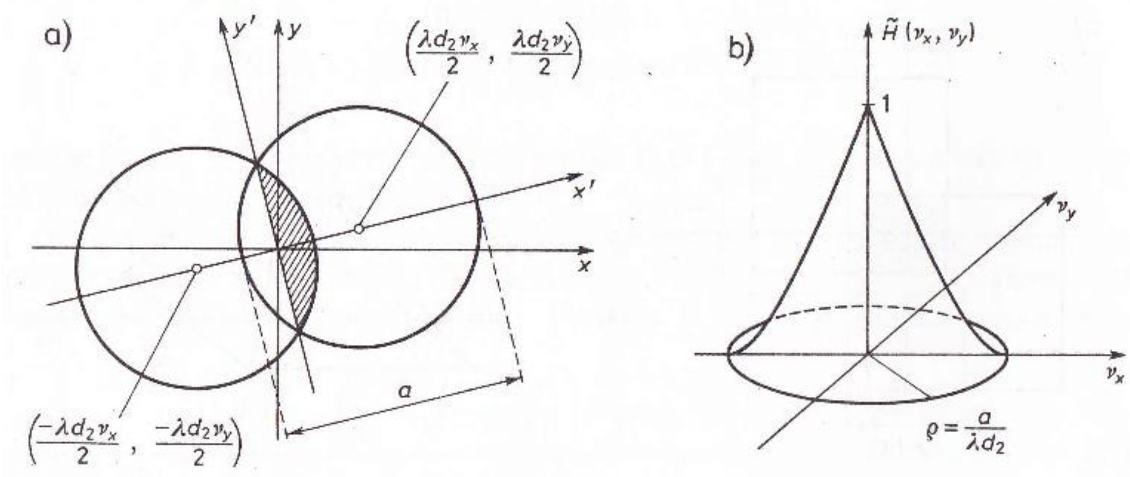
$$\widetilde{H}(\nu_x, \nu_y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} P\left(x - \frac{\lambda d_2 x}{2}, y - \frac{\lambda d_2 y}{2}\right) P\left(x + \frac{\lambda d_2 x}{2}, y + \frac{\lambda d_2 y}{2}\right) d\nu'_x d\nu'_y$$

Czyli odpowiedź impulsowa jak odpowiedź od 2 rozsuniętych apertur.

Funkcja przenoszenia - oświetlenie niekoherentne







Przenoszenie kontrastu

Przedmiot - amplitudowa siatka sinusoidalna:

$$t(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} a\, cos(2\pi \nu_1 x_1)$$

Można pokazać, że przy oświetleniu niekoherentnym o natężeniu I_0 na ekranie uzyskamy natężenie:

$$I_2(x_2) = \frac{I_0}{2}\left\{1 + a\left|\widetilde{H}(\nu_1)\right| cos[2\pi \nu_1 x_2]\right\}$$

Dla prążków kontrast liczymy zgodnie ze wzorem:

$$K = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Dla przedmiotu dostajemy: $K_1 = a$

Dla obrazu dostajemy: $K_2 = a\left|\widetilde{H}(\nu_1)\right|$

Stosunek kontrastów: $\frac{K_2}{K_1} = \left|\widetilde{H}(\nu_1)\right|$

Czyli przenoszenie kontrastu dla danej harmonicznej (częstości) zależy od modułu funkcji przenoszenia dla tej częstości.

Przenoszenie kontrastu

Dla układów idealnych (bez aberracji, zogniskowanych) funkcja przenoszenia dla światła niekoherentnego jest rzeczywista i monotonicznie maleje wraz ze wzrostem częstości aż do wartości granicznej gdzie osiąga wartość 0.

W układach rzeczywistych gdzie występują aberracje lub układ nie jest zogniskowany funkcja przenoszenia dla światła niekoherentnego w ogólności jest funkcją zespoloną