Fizyka Procesów Klimatycznych
Wykład 9 – proste modele klimatu

prof. dr hab. Szymon Malinowski
Instytut Geofizyki, Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski
malina@igf.fuw.edu.pl

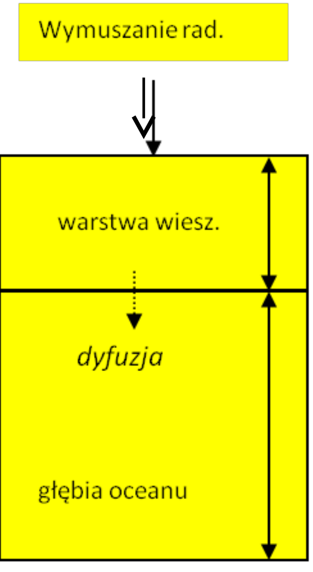
dr hab. Krzysztof Markowicz
Instytut Geofizyki, Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski
kmark@igf.fuw.edu.pl

Wstęp do modelu

- Rozważać będziemy prosty model służący do opisu zmian temperatury na planecie, której powierzchnię stanowi ocean (Aqua Planeta).
- Ocean podzielony jest na dwie warstwy. Górna warstwa zwana warstwą graniczną (warstwa mieszania) stykać się bezpośrednio z atmosferą. Precyzyjne mówiąc, warstwa mieszania w modelu zawiera również troposferę.
- Zatem zmiany temperatury tej warstwy określone są przez wymuszenie radiacyjne na wysokości tropopauzy.
- Ponadto w oceanie magazynowana jest cała energia systemu klimatycznego.
- Warstwa mieszania ma grubość 100 metrów, zaś niższa warstwa oceanu ma grubość 1km.
- Wymiana energii pomiędzy tymi warstwami następuje na skutek dyfuzji ciepła (termodyfuzja).

Zmienne modelu

- Zmiennymi modelu są: zmiana temperatury w warstwie mieszania ΔT_m oraz w głębi oceanicznej ΔT_d. Obie wielkości w chwili początkowej mają wartość zero, gdyż model znajduje się w stanie równowagi.
- Rozważmy pierwszą warstwę mieszania i zignorujmy na moment dyfuzje ciepła z niższej warstwy oceanu. Wówczas zmiana temperatury w tej warstwie związana jest z wymuszeniem radiacyjnym ΔF, pojemnością cieplną warstwy C_m oraz sprzężeniem zwrotnym występującym w układzie.



$$C_m \frac{d\Delta T_m}{dt} = \Delta F(t) - \Delta T_m / \lambda$$

W przypadku stacjonarnym (po osiągnięciu stanu równowagi) zmiana temperatury związana jest z wymuszeniem radiacyjnym poprzez parametr wrażliwości klimatu λ

$$\Delta T_m = \lambda \Delta F$$

- Rozwiązujemy równanie $$C_m \frac{d\Delta T_m}{dt} + \lambda \Delta T_m = \Delta F(t)$$

Przy użyciu czynnika całkującego $\boxed{\exp(t/\lambda C_m)}$

$$C_m e^{t/\lambda C_m} \frac{d\Delta T_m}{dt} + Y \Delta T_m e^{t/\lambda C_m} = \Delta F(t) e^{t/\lambda C_m}$$

$$C_m \frac{d}{dt}(\Delta T_m e^{t/\lambda C_m}) = \Delta F(t) e^{t/\lambda C_m}$$

Całkując od czasu t=0 do t=t dostajemy:

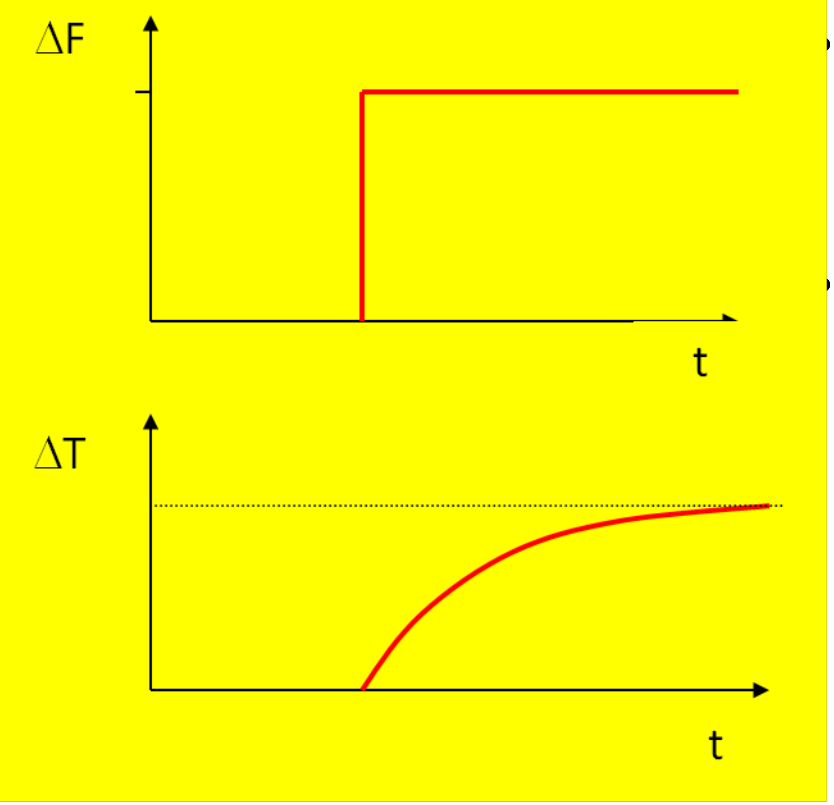
$$[\Delta T_m(t) e^{t/\lambda C_m}]_0^t = \int_0^t \frac{\Delta F(t')}{C_m} e^{t'/\lambda C_m} dt' + c \qquad \Delta T_m(t) = \int_0^t \frac{\Delta F(t')}{C_m} e^{(t'-t)/\lambda C_m} dt'$$

Równanie to opisuje tak zwaną odpowiedz liniową modelu na zaburzenie. Wyznaczenie zmian temperatury wymaga znajomości ewolucji czasowej wymuszenia radiacyjnego. Tak więc odpowiedz układu w chwili t jest sumą odpowiedzi we wcześniejszych chwilach czasu a czynnik wykładniczy występujący w równania jest dobrze znaną funkcją Green'a.

Przykład 1: Stałe wymuszenie radiacyjne:

- W przypadku stałego wymuszenia radiacyjnego znamy rozwiązanie, gdyż układ dla t $\rightarrow\infty$, osiąga stan równowagi opisywany równaniem $\Delta T_m = \lambda \Delta F$
- Rozwiązanie równania z poprzedniej strony pozwala nam przeanalizować jak układ klimatyczny dochodzi do tego stanu.

$$
\begin{aligned}
\Delta T_m(t) &= \frac{\Delta F}{C_m} e^{-t/\lambda C_m} \int_0^t e^{t'/\lambda C_m} dt' \\
&= \lambda \Delta F e^{-t/\lambda C_m} [e^{t'/\lambda C_m}]_0^t \\
&= \lambda \Delta F [1 - e^{-t/\lambda C_m}]
\end{aligned}
$$



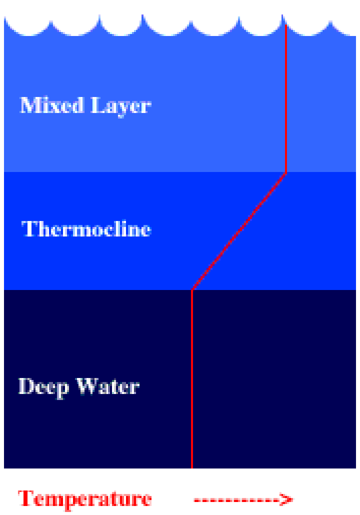
- Stała czasowa układ klimatycznego dane jest wzorem $\tau = \lambda C_m$

- Aby wyznaczyć tą kluczową wielkość dla zmian klimatycznych musimy znać zarówno współczynnik wrażliwości klimatu jak i pojemność cieplna układu. W przypadku pierwszej wielkości znamy zakres zmian tego parametru to w przypadku pojemności cieplnej sytuacja jest bardziej skomplikowana.

Pojemność cieplna układu klimatycznego C_m [J $K^{-1}m^{-2}$] dana jest wzorem $C_m = C_p \rho d$

gdzie, C_p jest ciepłem właściwym [J $kg^{-1}K^{-1}$], ρ gęstością [kg/m^3], zaś d głębokością oceanu. W przypadku lądu wielkość d jest znacznie mniejsza niż w przypadku oceanu co jest związane z niskim przewodnictwem cieplnym gruntu.

- Zmiany temperatury w gruncie widoczne są jedynie w warstwie kilku (maksymalnie kilkunastu metrów). W przypadku oceanu przyjmuje się, że głębokość ta wynosi średnio ok. 100 metrów.
- Zmiany temperatury związane z procesami mieszania wywołane działaniem wiatru oraz konwekcji zmieniają się w zależności od szerokości geograficznej.
- Warstwa mieszania jest oddzielona warstwą przejściową (termoklina) o bardzo dużej stabilności termodynamicznej od głębszych warstw oceanu. Dlatego transfer energii od powierzchni ziemi w kierunku głębszych warstw (bądź odwrotnie) jest powolny jednak nie może być zaniedbany.



Jeśli przyjmie, że współczynnik wrażliwości klimatu wynosi 0.6 K $(Wm^{-2})^{-1}$ wówczas w dwóch skrajnych przypadkach otrzymujemy następujące stałe czasowe.

głębokość oceanu (metry)	pojemność cieplna $(J\,K^{-1}m^{-2})$	stała czasowa (sec.)	stała czasowa (lata)
100	4x108	2.4x108	7.6
4000	1.6x1010	9.6x109	300

Stała czasowa c.d.

- Stała czasowa dla systemu klimatycznego może zawierać się w przedziale od dekady do setek lat.
- W rzeczywistości stałą czasowa jest pewną kombinacją stałej czasowej warstwy mieszania i głębi oceanicznej. Ponadto w przypadku wysokich szerokości geograficznych, gdzie warstwa mieszania jest znacznie głębsza niż w tropikach stałą czasowa jest istotnie większa.
- Poza tym w rzeczywistości mamy obszary kontynentalne, dla których stałą czasowa jest niewielka. Pomimo, znacznego uproszczenia założymy dla dalszych obliczeń, że skala czasowa wynosi 10 lat.

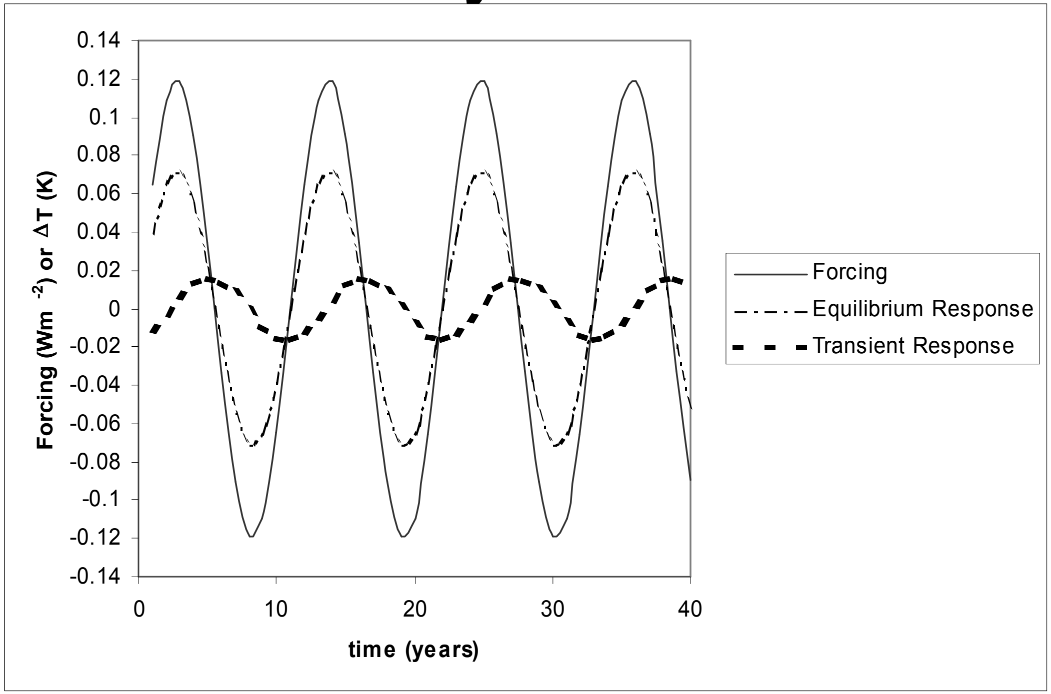
Przykład II: Wymuszanie radiacyjne związane z cyklem słonecznym.

- Skala czasowa cyklu 11 letniego jest zbliżona do skali czasowej zmian klimatycznych tak więc można postawić pytanie jak system klimatyczny odpowiada na te zaburzenia?
- Załóżmy, że wymuszenie radiacyjne związane z aktywnością słońca *ΔF(t´)* można opisać funkcją harmoniczną $A\sin(2\pi t'/\tau_s)$ gdzie τ_s wynosi 11 lat. Podstawiając do wyjściowego równania różniczkowego otrzymujemy

$$\Delta T_m(t) = \frac{A}{C_m\left(\left(1/\tau\right)^2 + \left(2\pi/\tau_s\right)^2\right)}\left(\left(1/\tau\right)\sin\left(2\pi/\tau_s\, t\right) - \left(2\pi/\tau_s\right)\cos\left(2\pi/\tau_s\, t\right) - 2\pi/\tau_s\, e^{-t/\tau}\right)$$

- Zignorujemy w końcowym wyniku warunki początkowe (czynnik ten wynosi zero).
- Amplituda A wymuszenie radiacyjne wynosi około 0.12 Wm^{-2} (nie jest to różnica pomiędzy maksymalna a minimalna wartością stałej słonecznej).
- Zakładając współczynnik wrażliwości klimatu λ = 0.6 $K(Wm^{-2})^{-1}$ oraz stałą czasową τ=2.4x108 s wyznaczamy zmienność temperatury. Dodatkowo wyznaczmy zmiany temperatury układu klimatycznego w stanie równowagi z równania . $\Delta T_m = \lambda \Delta F$
- Zauważmy, że wyznaczone z naszego prostego modelu zmiany temperatury są znacznie mniejsze (około 20%) niż zmiany związane ze stanem równowagi.
- Wynika to z faktu, że wymuszenie radiacyjne zmienia się za szybko aby system klimatyczny mógł podążać za nim. Stąd wynika przesuniecie w fazie pomiędzy wymuszeniem a odpowiedzią systemu klimatycznego.
- Tak, więc wpływ 11 cyklu słonecznego jest prawdopodobnie znacznie mniejszy niż wynika to z wartości wymuszenia radiacyjnego.

Odpowiedz na wymuszanie słoneczne



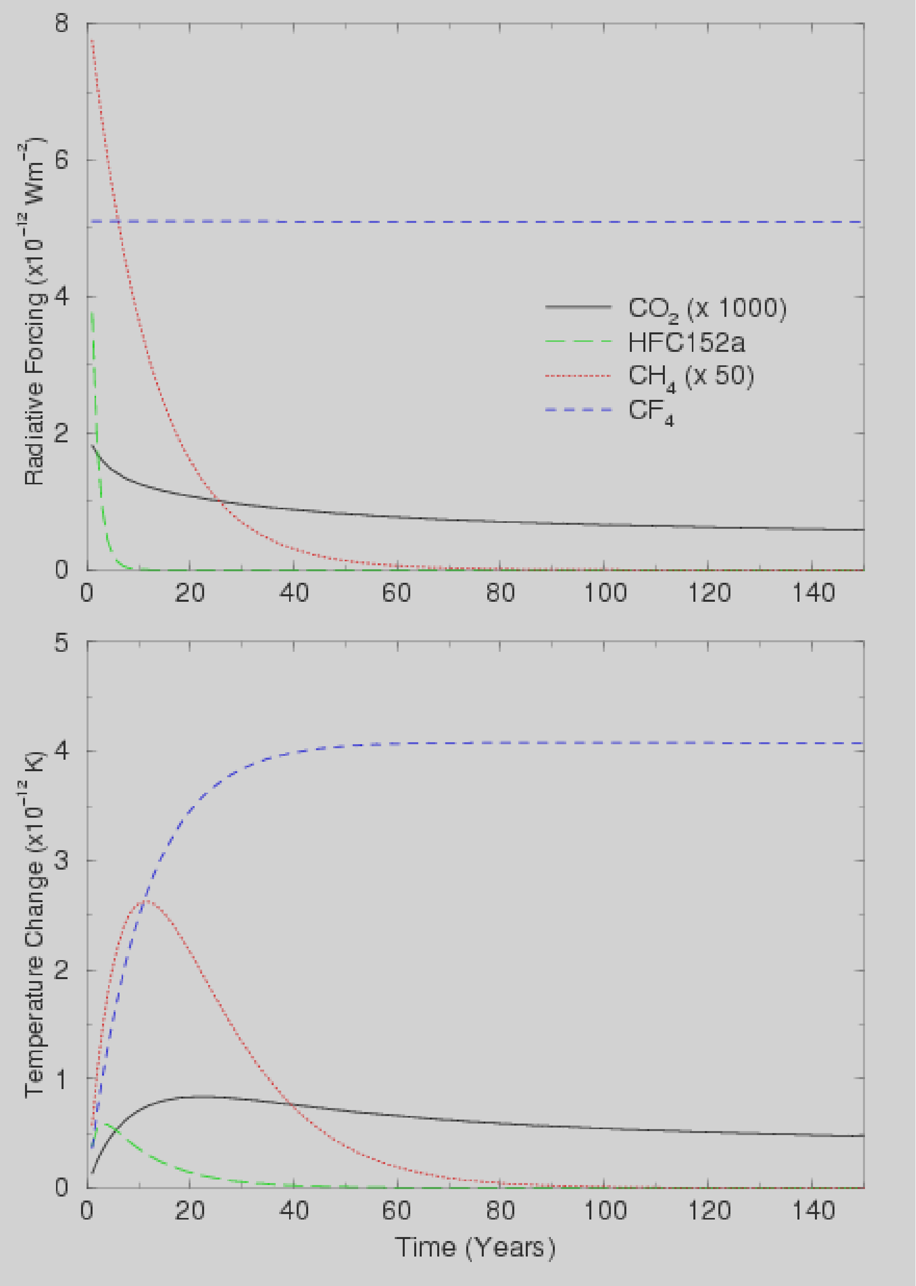
- *Wymuszanie radiacyjne związane z aktywnością słońca oraz zmiany temperatury wynikające z prostego modelu klimatu (**transient response**) i równowagi (**equilibrium response**). **Transient response** oznacza odpowiedz układu związana z przejściem od jednego stanu ustalonego do drugiego. **Equilibrium reponse** oznacza zaś odpowiedz układu na zaburzenie przy założeniu, że układ dochodzi do nowego stanu natychmiastowo.*

Przykład III: Wymuszenie radiacyjne związane z wybuchem wulkanu (wymuszenie w postaci impulsu)

- Rozważmy odpowiedz układu na zaburzenie , którego stała czasowa jest znacznie mniejsza niż układu klimatycznego. Załóżmy, że wymuszenie radiacyjne ma postać: $\Delta F(t) = A_x \exp(-t/\alpha_x)$
- gdzie A_x jest wymuszeniem radiacyjny w chwili początkowej t=0 (ma wartość ujemną w przypadku wybuchu wulkanu), zaś α_x jest czasem życia pewnego gazu lub aerozolu w atmosferze. Rozwiązanie wyjściowego równania, opisującego zmiany temperatury, ma w tym przypadku następującą postać

$$\Delta T_m(t) = \frac{A_x}{C_m(\tau^{-1} - \alpha_x^{-1})}\left(\exp\left(-\frac{t}{\alpha_x}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

dla $\tau \neq \alpha_x$



Zauważmy, że w przypadku gazów atmosferycznych mających krótki czas życia ich wpływ na klimat szybko zanika z czasem. Jednak w przypadku gazów, których czas życia wynosi dziesiątki lat maksymalna zmiana temperatury występuje dopiero po kilkunastu (kilkudziesięciu) latach od momentu emisji tego gazu. Pokazuje to, iż skutki emisji gazów cieplarnianych do atmosfery będą odczuwane przez wiele dziesiątki lat.

- *Zmiany wymuszenia radiacyjnego (a) oraz temperatury powierzchni ziemi (b) w przypadku kilku gazów cieplarnianych.*

Rozszerzenie prostego modelu klimatu

- Przejdziemy obecnie do opisu prostego modelu klimatu w którym warstwa mieszania oceanu wymienia energie za pośrednictwem dyfuzji z warstwą głębsza.
- Pozawala to w pewien sposób zmodyfikować założenie, że stała czasowa systemu klimatycznego związana jest tylko z warstwą mieszania.
- Wprowadzając drugą warstwę oceanu musimy zmodyfikować równanie opisujące zmiany temperatury w warstwie mieszanie o człon źródłowy D opisujący transport ciepła do głębszej warstwy $$C_m \frac{d\Delta T_m}{dt} = \Delta F - \Delta T_m / \lambda - D$$

- Tak, więc jedynym źródłem energii w głębszej warstwie oceanu jest transport dyfuzyjny ciepła z warstwy mieszania. Mamy stąd

$$C_d \frac{d\Delta T_d}{dt} = D$$

- gdzie C_d jest pojemnością cieplną głębszej warstwy i jest równa

$$C_d = \rho C_p d_d$$

- gdzie d_d jest głębokością tej warstwy oceanu. Strumień energii związany z dyfuzją w [Wm^{-2}] jest proporcjonalny do gradientu temperatury i wynosi

$$D = \kappa \rho C_p \frac{dT}{dz}$$

- gdzie κ jest współczynnikiem dyfuzji i wynosi około 10^{-4} m^2s^{-1}. Można pokazać poprzez zapisanie gradientu temperatury dT/dz w postaci różnic skończonych jako

$$(\Delta T_m - \Delta T_d)/0.5(d_m - d_d)$$

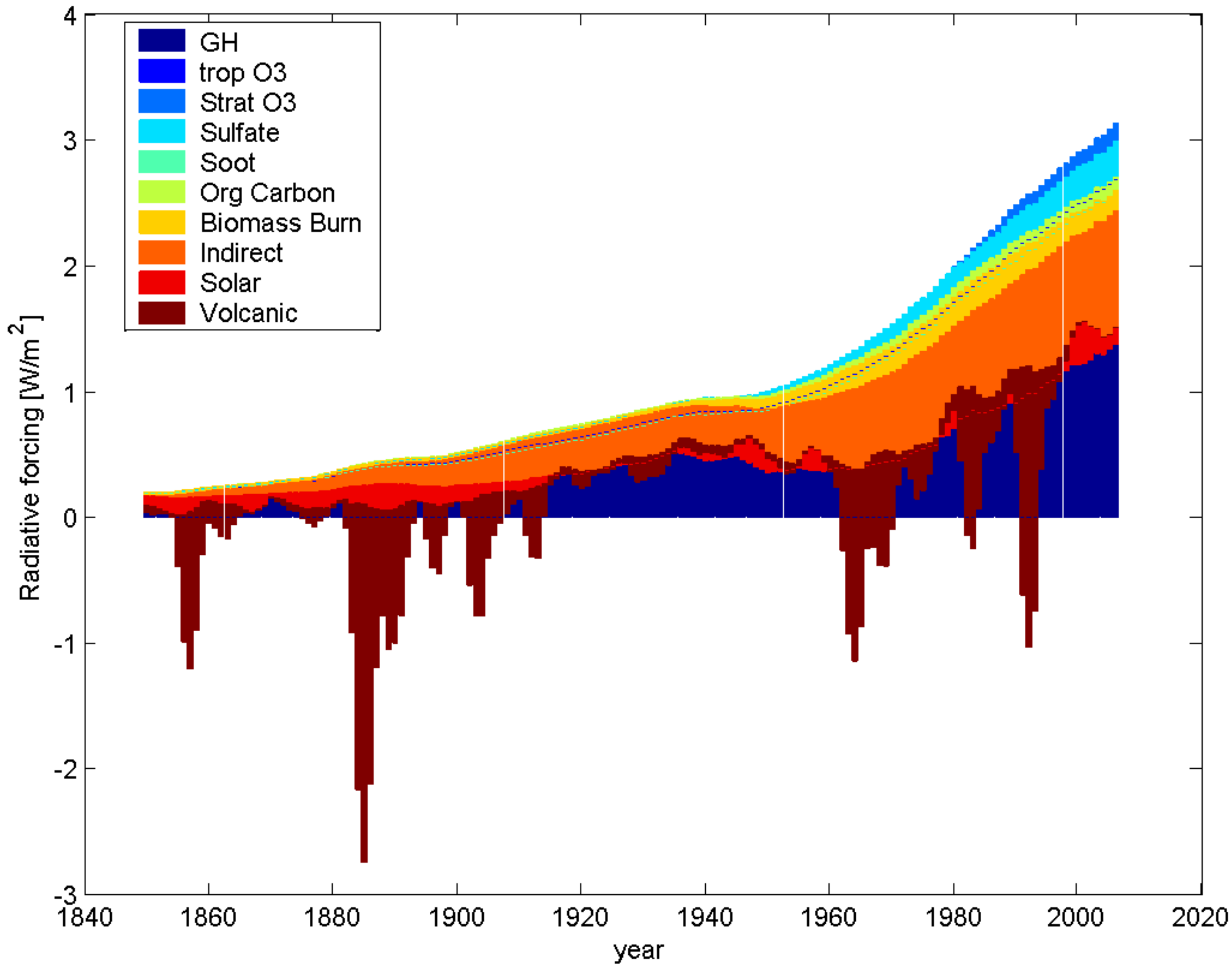
a następnie scałkowanie równań, że stała czasowa dla głębszej warstwy oceanu wynosi :

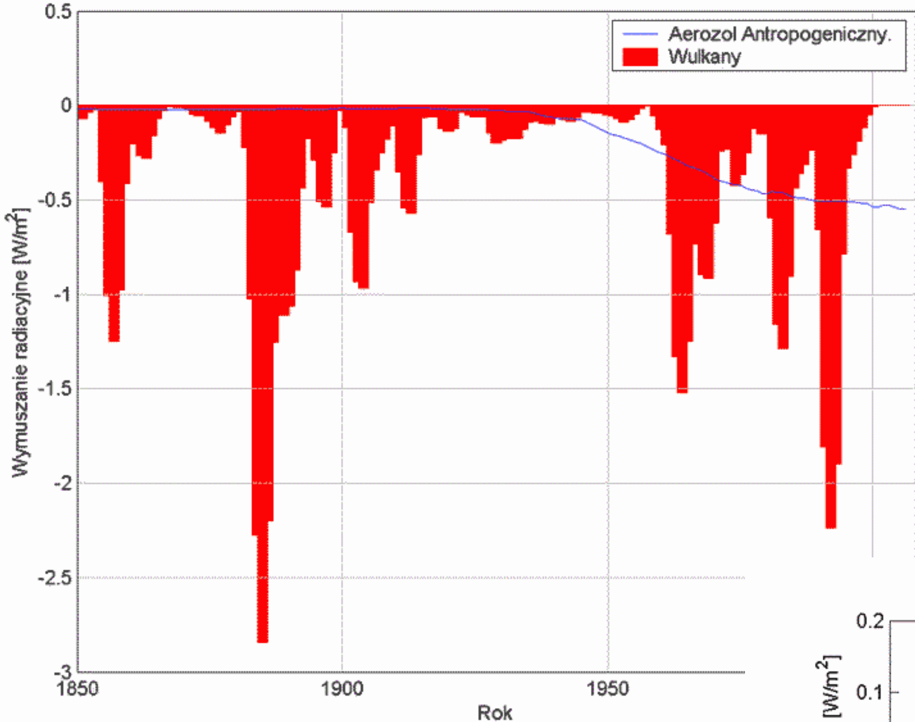
$$d_d^2/(2\kappa)$$

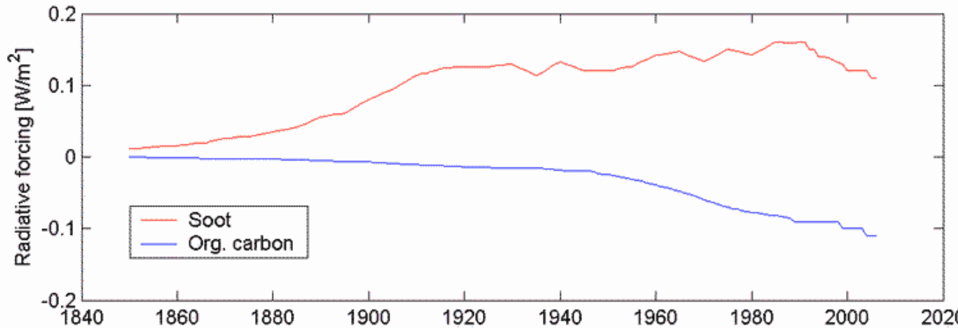
- Powyższy układ równań różniczkowych modelu klimatu może być jedynie rozwiązany numerycznie.
- W symulacjach przyjmujemy, że współczynnik wrażliwości klimatu λ wynosi 0.67 $K(Wm^{-2})^{-1}$. Wartość ta prowadzi do wzrostu temperatury powierzchni ziemi o 2.5 K przy podwojeniu koncentracji CO_2.
- Pozostałe parametry przyjmują wartości: d_m=100 m, d_d=900 m,

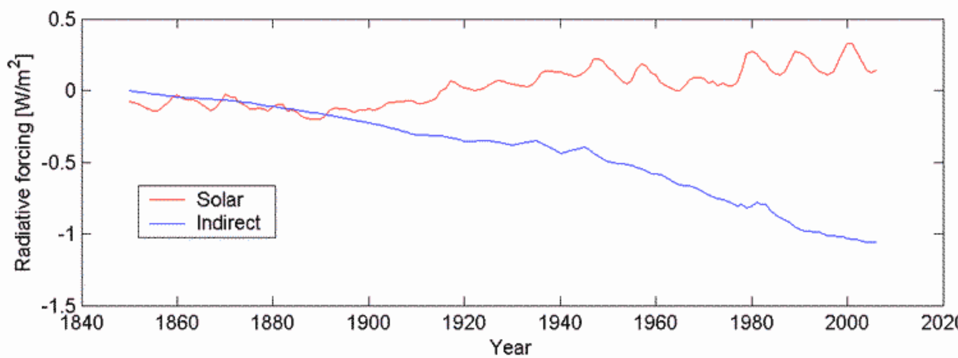
  κ = $1x10^{-4}$ m^2s^{-1}.
- Model ten został rozwinięty na Uniwersytecie w Reading w Wielkiej Brytanii.
- W symulacjach klimatu wykorzystano przebieg wymuszenia radiacyjnego w latach 1850-1999 (Myhre, 2001) uwzględniający zarówno czynniki naturalne jak i antropogeniczne.
- Wymuszenie radiacyjne jest zdefiniowane w stosunku do roku 1750. W modelu wyznaczony przebieg temperatury powietrza jest porównywany z średnią wartością temperatury obserwowanej na Ziemi.
- Minimalizując błąd średni kwadratowy pomiędzy symulowaną a obserwowaną zmianą temperatury pozwala na wyznaczenie parametru λ. Jednak nie dla wszystkich wartości wymuszenia radiacyjnego metoda ta daje realistyczne wartości współczynnika wrażliwości klimatu.

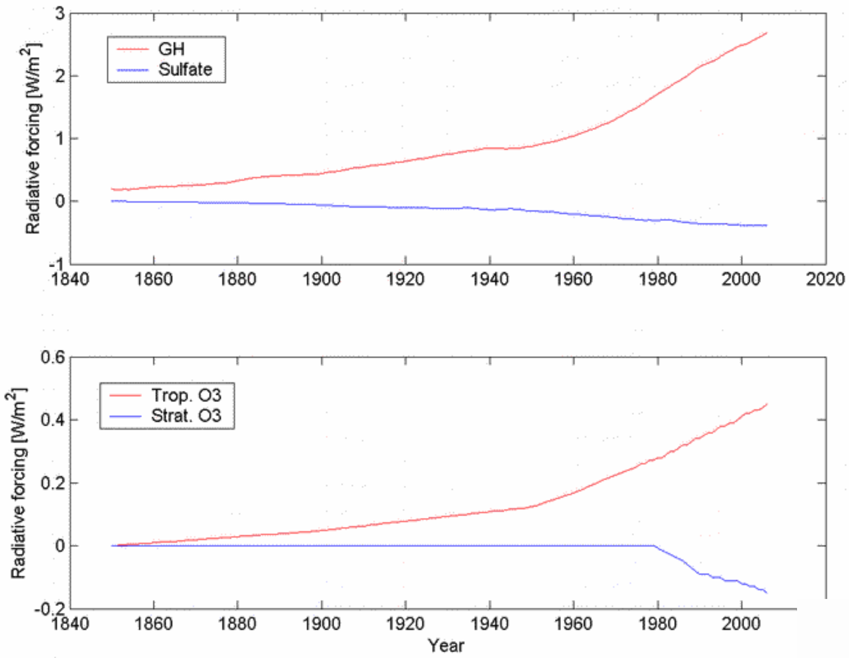
Wymuszenia radiacyjne w prostym modelu klimatu

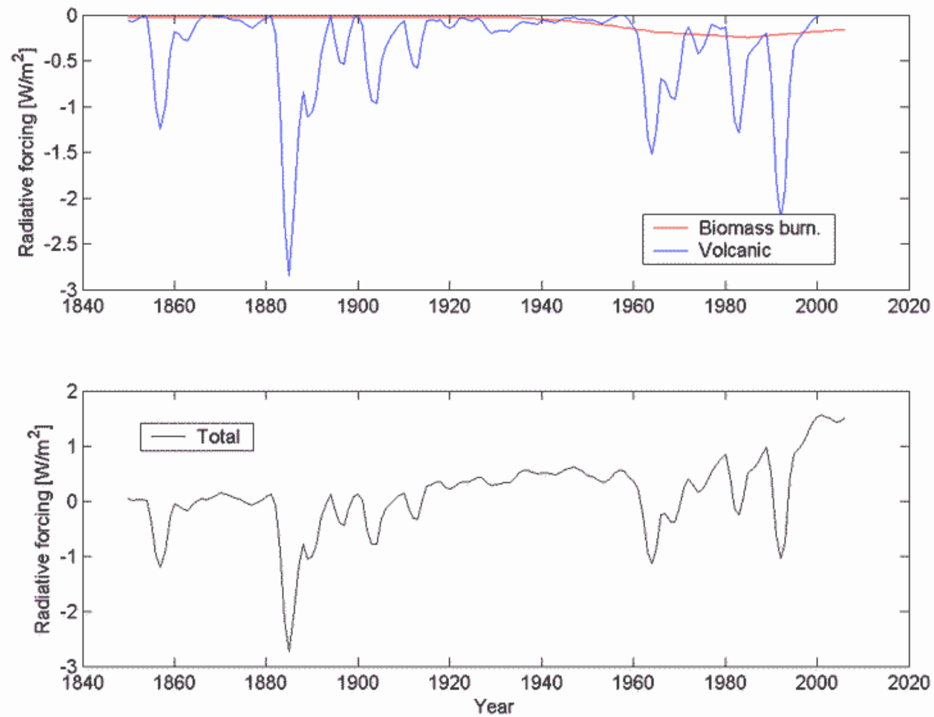


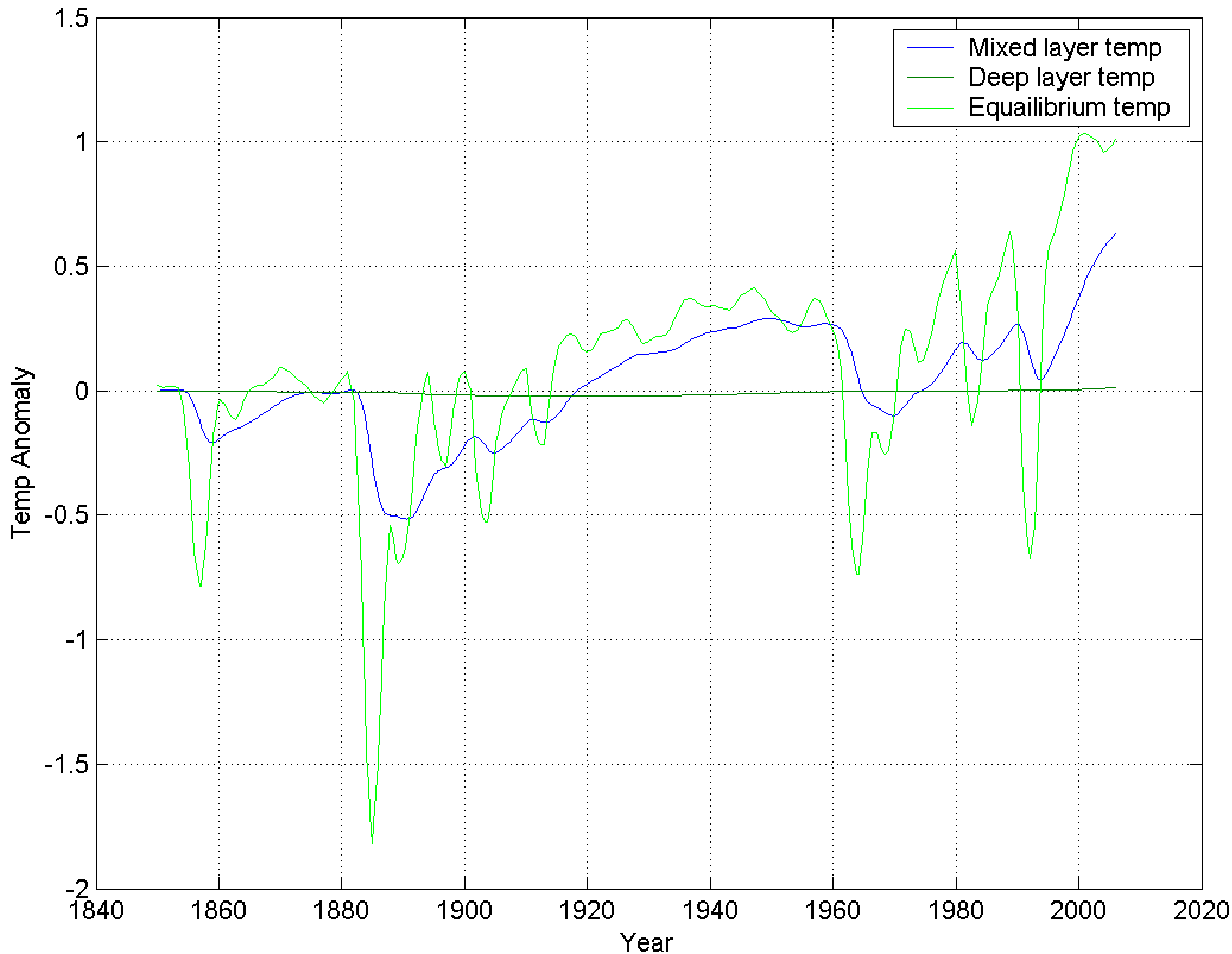

Aerozol Antropogeniczny.
Wulkany
Wymuszanie radiacyjne [W/m^2]
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
1850
1900
1950
Rok


Soot
Org. carbon
Radiative forcing [W/m^2]
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
1840
1860
1880
1900
1920
1940
1960
1980
2000
2020


Solar
Indirect
Radiative forcing [W/m^2]
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
1840
1860
1880
1900
1920
1940
1960
1980
2000
2020
Year


GH
Sulfate
Radiative forcing [W/m2]
Trop. O3
Strat. O3
Radiative forcing [W/m2]
Year


Biomass burn.
Volcanic
Radiative forcing [W/m2]
Total
Radiative forcing [W/m2]
Year



Mixed layer temp
Deep layer temp
Equailibrium temp
Temp Anomaly
Year
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
1840
1860
1880
1900
1920
1940
1960
1980
2000
2020

Przykłady symulacji:

Model ten został zaimplementowany w EXCELu i MATLABie umożliwiając wykonanie kilku prostych symulacji.

1. **Skala czasowa systemu klimatycznego**. Jednym z ważniejszych aspektów odpowiedzi systemu klimatycznego związany jest z pojemnością cieplną oceanów. Wynika stąd opóźnienie pomiędzy zmian temperatury w stosunku do wymuszenia radiacyjnego. Przy użyciu modelu możliwe jest badanie tego opóźnienia przez zmianę pojemności cieplej poszczególnych warstw oceanu.
2. **Zmiana wymuszenia radiacyjnego.** Możliwe jest "wyłączenie" wymuszenia radiacyjnego związanego z różnymi procesami klimatycznymi np. efekt aerozolowy, efekt pośredni czy tzw. wymuszanie naturalne.

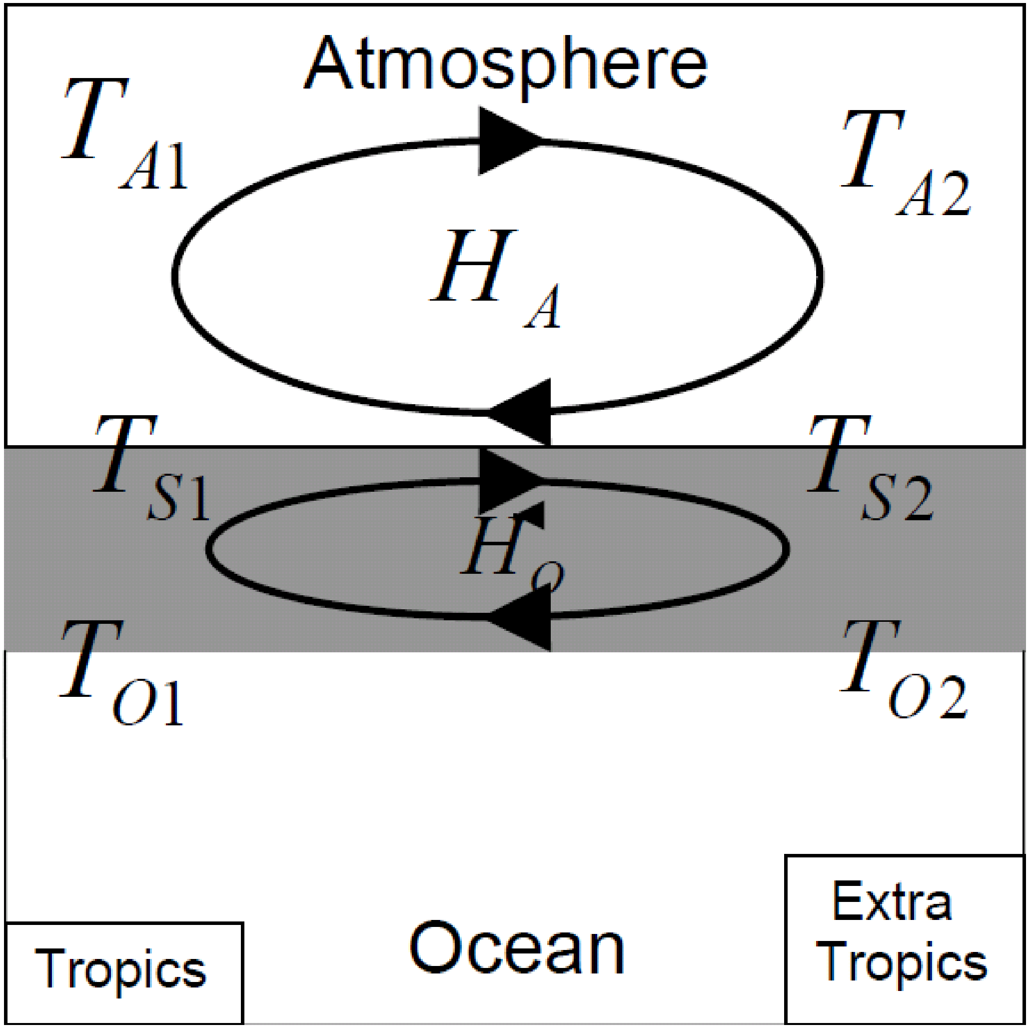
Wstęp do modelu typu BOX

- Rozważać będziemy uproszczony model klimatu będący rozszerzeniem modelu dwuwarstwowego
- Model został opracowany i opisany przez Kerry Emanuel w *J. Geophys. Res., A simple model of multiple climate regimes, 107(D9), doi: 10.1029/2001JD001002, 2002.*
- Dokumentacja do modelu znajduje się na stronie

http://www.sp.ph.ic.ac.uk/~aczaja/EP_ClimateModel.html

- Model został zaimplementowany w matlabie.
- Model jest przeznaczony do badania odpowiedzi systemu klimatycznego (średniej temperatury) rejonu tropikalnego oraz wyższych szerokości geograficznych na zmiany czasowe koncentracji gazów cieplarnianych. Model zawiera proste parametryzacje transportu ciepła w oceanie i atmosferze oraz sprzężenie zwrotne z udziałem pary wodnej.

Geometria modelu



Model geometry

A tropical (Box 1) and an extra-tropical (Box 2) region are considered. The oceanic region is further decomposed into a surface and a deep (thermocline) layer. There are no lands and all surface fluxes represent air-sea exchanges. The model is solely driven by solar energy input and atmospheric CO2 concentration (water vapour is interactive). Only one hemisphere is considered.

Mechanizmy transportu energii w modelu

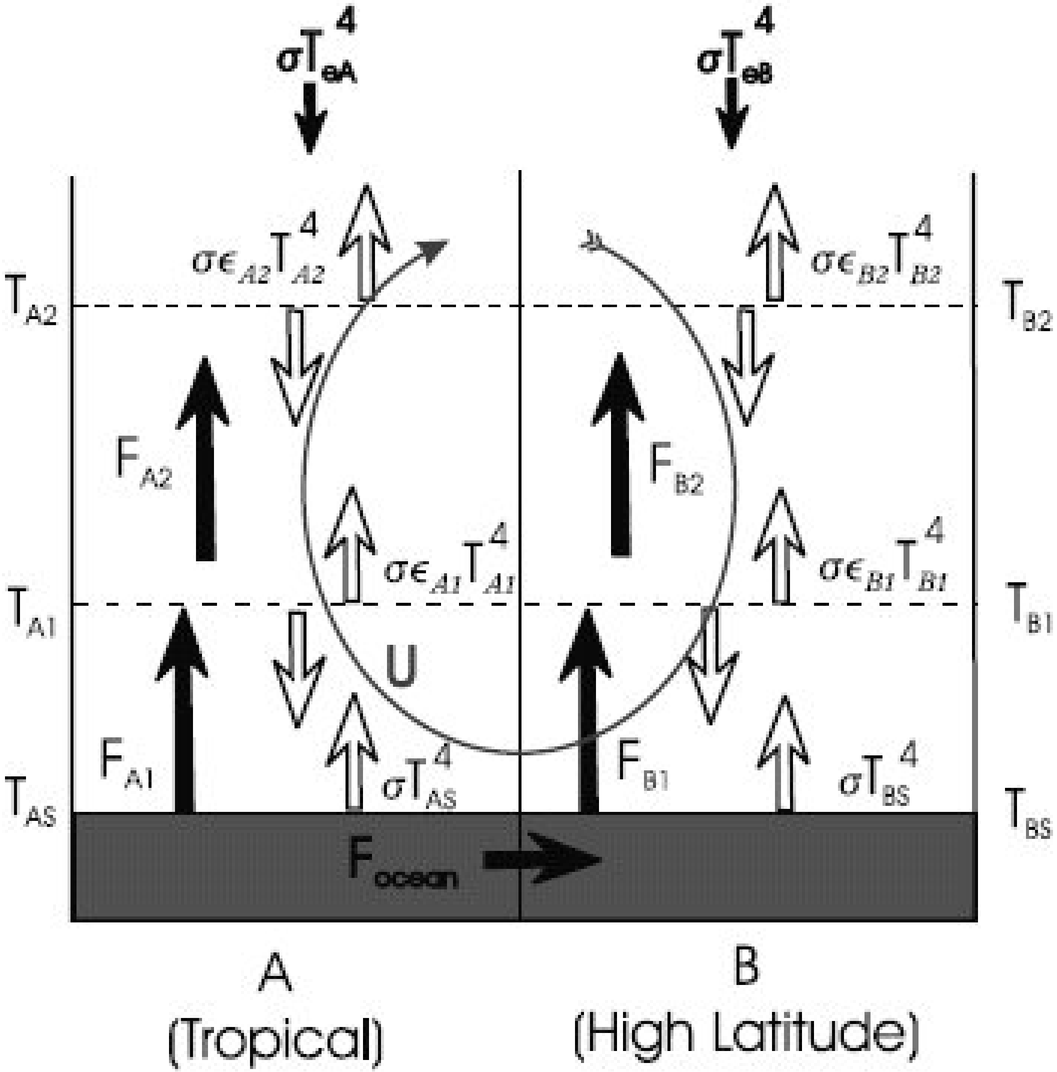


Figure 1. Model structure. Insolation is represented by effective blackbody emission temperatures, as indicated at top. Temperature is defined at the sea surface and two atmospheric layers, in each of two boxes corresponding to low and high latitude. Infrared fluxes denoted by white arrows, while black arrows show convective fluxes and ocean flux.

Strumienie radiacyjne

Założenia

- Atmosfera jest przeźroczysta w zakresie krótkofalowym

  i doskonale szara w zakresie długofalowym. Zdolności emisyjne dla każdej z warstw są parametryzowane poprzez koncentrację CO_2 oraz wilgotność właściwą

$$\varepsilon_1 = 1 - e^{-(\alpha CO_2 + \gamma q_1)} \text{ with } q_1 = 1000 \times RH_1 q_{sat}(\frac{T_{S1} + T_{A1}}{2}, 750mb)$$

$$\varepsilon_2 = 1 - e^{-(\alpha CO_2 + \gamma q_2)} \text{ with } q_2 = 1000 \times RH_2 q_{sat}(\frac{T_{S2} + T_{A1}}{2}, 750mb)$$

Strumienie turbulencyjne na powierzchni ziemi

Turbulent surface fluxes (vertical convection parameterization)

$$F_{S1} = \Lambda(T_{S1} - T_{A1} - \Delta T_Z) \text{ if } (T_{S1} - T_{A1} - \Delta T_Z) > 0, \quad F_{S1} = 0 \text{ otherwise} \qquad [F_S] = Wm^{-2}$$

$$F_{S2} = \Lambda(T_{S2} - T_{A2} - \Delta T_Z) \text{ if } (T_{S2} - T_{A2} - \Delta T_Z) > 0, \quad F_{S2} = 0 \text{ otherwise}$$

NB: The parameter Λ is chosen as a random variable. This allows a simple representation of "noise".

Atmospheric circulation strength (diffusive parameterization)

$$\psi_A = K_A(T_{S1} - T_{S2}) \qquad [\psi_A] = kgs^{-1}$$

Heat transports (Ocean & Atmosphere)

$$H_A = \psi_A(h_{A1} - h_{A2}) \text{ in which } h_A = c_p T_A + l_v q_a \text{ is moist static energy at low level} \qquad [H_A] = W$$

NB: The neglect of gravitational potential is consistent with quasi-geostrophic baroclinic waves heat transport

$$F_A = H_A / \pi R^2 \qquad [F_A] = Wm^{-2}$$

$$H_O = C_O \psi_O (T_{S1} - T_{O2}) \qquad [H_O] = W$$

Atmospheric and oceanic heat transport

$H_A = C_A \psi_A \Delta T_A$ & $H_A = C_O \psi_O \Delta T_O$

in which $C_{A,O}$ is a heat capacity, $\psi_{A,O}$ measures the strength of the circulation and ΔT is the temperature difference between Tropics (Eq-30N) and Extra-Tropics (30N-90N). Note that Ψ_O refers to the circulation of waters between the mixed layer and the thermocline (wind driven circulation). No thermohaline effect is included in the model.

Hydrological cycle

The poleward transport of moisture is computed as

$$F = \Psi_A (q_{A1} - q_{A2})$$

while the surface evaporation is given by the convective parameterization above. Thus, under the assumption of steady state moisture budget, one can deduce the precipitation in each box as a residual,

$$F = E_{1,2} - P_{1,2}$$

The fixed relative humidity assumption implies that the Clausius-Clapeyron scaling is strictly obeyed, but this does not have to be the case for precipitation.

The global evaporation $E = (F_{S1} + F_{S2})/2$ (equal to the global precipitation) is taken as a measure of the hydrological cycle.

NB: All specific humidity calculations are carried out at a prescribed low level pressure of 750mb with imposed relative humidy of 0.6.

Model parameters

Ocean:

Thickness of mixed layer	$h_m = 50m$
Thickness of thermocline layer	$h_o = 500m$

Atmosphere:

Low level relative humidity (Box 1&2)	$RH_1 = RH_2 = 0.6$
Effective heat capacity	$C_A = 2000 Jkg^{-1}K^{-1}$
Critical vertical temperature gradient	$\Delta T_Z = 40K$
Circulation strength parameter	$K_A = 100/15\ SvK^{-1}$
Emissivity parameter for water vapour	$\gamma = 1.25$
Emissivity parameter for carbon dioxyde	$\beta = 1.2 \times 10^{-3}$
Carbon concentration	$CO_2 = 280\, ppm$

Ocean / Atmosphere coupling:

Ratio of mass transport	$\psi_O / \psi_A = 0.1$

Solar input:

Emission temperature (Box 1)	$T_{E1} = 268K$
Emission temperature (Box 2)	$T_{E2} = 240K$

Fudge factor

Large number for convective parameterizations	$\Lambda = 100 \times [1 + 0.05\xi(t)]$

(a) Control Climate results

Numbers:

Surface temperature of Tropics	$T_{S1} = 299.89K$
Surface temperature of Extra-Tropics	$T_{S2} = 280.69K$
Global surface temperature	$T_S = 290.29K$
Low level moisture of Tropics	$q_1 = 4.78g/kg$
Low level moisture of Extra-Tropics	$q_2 = 1.07g/kg$
Thermocline temperature (Tropics)	$T_{O1} = T_{S2}$
Thermocline temperature (Extra-Tropics)	$T_{O2} = T_{O1} = T_{S2}$
Atmospheric circulation strength	$\psi_A = 128 \times 10^9 kgs^{-1}$
Atmospheric moisture transport	$F = 0.47 \times 10^9 kgs^{-1}$
Atmospheric heat transport	$H_A = 3.54PW$
Oceanic heat transport	$H_O = 0.98PW$
Total Heat transport	$H_A + H_O = 4.52PW$
Hydrological cycle	$E = 40 \pm 2.3Wm^{-2}$

Równania na ewolucje czasową temperatury

$$\frac{\partial T_{A2}}{\partial t} = -2\varepsilon_{A2} T_{A2}^4 + \varepsilon_{A2}\varepsilon_{A1} T_{A1}^4 + \varepsilon_{A2}(1-\varepsilon_{A1}) T_{AS}^4 + F_{A2} \qquad \text{(A1)}$$

$$\frac{\partial T_{A1}}{\partial t} = -2\varepsilon_{A1} T_{A1}^4 + \varepsilon_{A2}\varepsilon_{A1} T_{A2}^4 + \varepsilon_{A1} T_{AS}^4 + F_{A1} - F_{A2} - U(T_{A2} - T_{B1} + \Gamma) \qquad \text{(A2)}$$

$$\chi \frac{\partial T_{AS}}{\partial t} = 1 + \varepsilon_{A1} T_{A1}^4 + \varepsilon_{A2}(1-\varepsilon_{A1}) T_{A2}^4 - T_{AS}^4 - F_{A1} - F_O \qquad \text{(A3)}$$

$$\frac{\partial T_{B2}}{\partial t} = -2\varepsilon_{B2} T_{B2}^4 + \varepsilon_{B2}\varepsilon_{B1} T_{B1}^4 + \varepsilon_{B2}(1-\varepsilon_{B1}) T_{BS}^4 + F_{B2} + U(T_{A2} - T_{B2}) \qquad \text{(A4)}$$

$$\frac{\partial T_{B1}}{\partial t} = -2\varepsilon_{B1} T_{B1}^4 + \varepsilon_{B2}\varepsilon_{B1} T_{B2}^4 + \varepsilon_{B1} T_{BS}^4 + F_{B1} - F_{B2} + U(T_{B2} - T_{B1} + \Gamma) \qquad \text{(A5)}$$

$$\chi \frac{\partial T_{BS}}{\partial t} = T_{eB}^4 + \varepsilon_{B1} T_{B1}^4 + \varepsilon_{B2}(1-\varepsilon_{B1}) T_{B2}^4 - T_{BS}^4 - F_{B1} - F_O. \qquad \text{(A6)}$$

Oznaczenia

U – jest prędkością transportu horyzontalnego w atmosferze parametryzowaną przez $U = \beta(T_{A2} - T_{B2} - \Delta T_c),$

Table A2. Control Run Parameter Values

Parameter	Control Run Value
χ	2
Γ	0.2
β	100
ΔT_c	0.06
γ	2.2
a	1.5
C	−1.08
λ	1.5
D	0.8
u_*	0.45
Λ	0.63

(b) Doubling CO2 Experiment minus Control

Numbers (change compared to control experiment, at equilibrium):

Surface temperature of Tropics $\Delta T_{S1} = 1.57K$

Surface temperature of Extra-Tropics $\Delta T_{S2} = 3.8K$

Global surface temperature $\Delta T_S = 2.69K$

Atmospheric circulation strength $\Delta \psi_A = -15 \times 10^9 kgs^{-1}$ or $\Delta \psi_A / \psi_A = -4.3\%$ per K warming

Global low level moisture $\Delta q / q = +6\%$ per K warming

Atmospheric moisture transport $F = 0.44Sv$ or $\Delta F / F = -2.8\%$ per K warming

Atmospheric heat transport $\Delta H_A = -0.56PW$ or $\Delta H_A / H_A = -5.9\%$ per K warming

Oceanic heat transport $\Delta H_O = -0.21PW$ or $\Delta H_O / H_O = -8.1\%$ per K warming

Total Heat transport $\Delta(H_A + H_O) = -0.77PW$

Hydrological cycle $E = 42.9 \pm 2.27Wm^{-2}$ or $\Delta E / E = +2.68\%$ per K warming (i)EPcm climate sensitivity is on the order of 2.7K, in the range of most climate models.

(ii)The global moisture content scales roughly with Clausius-Clapeyron, as expected (for the global average surface temperature of the model, the latter is +6.4% per K warming).

(iii) The polar amplification of climate change is quite pronounced and is responsible for the reduction in the equator-to-pole temperature gradient. As a result, the strength of the atmospheric circulation weakens, driving similar trends in heat and moisture transports.

(iv)The surface high latitudes (Box 2) now start convecting (as opposed to the control experiment) as a result of being warmer and more unstable. This is the main reason why E increases (in the Tropics, surface evaporation decreases slightly, probably as a result of being a bit more stratified –reduction in atmospheric heat transport). The rate of increase is less than the Clausius-Clapeyron scaling, in agreement with climate model results (+2% per K warming).

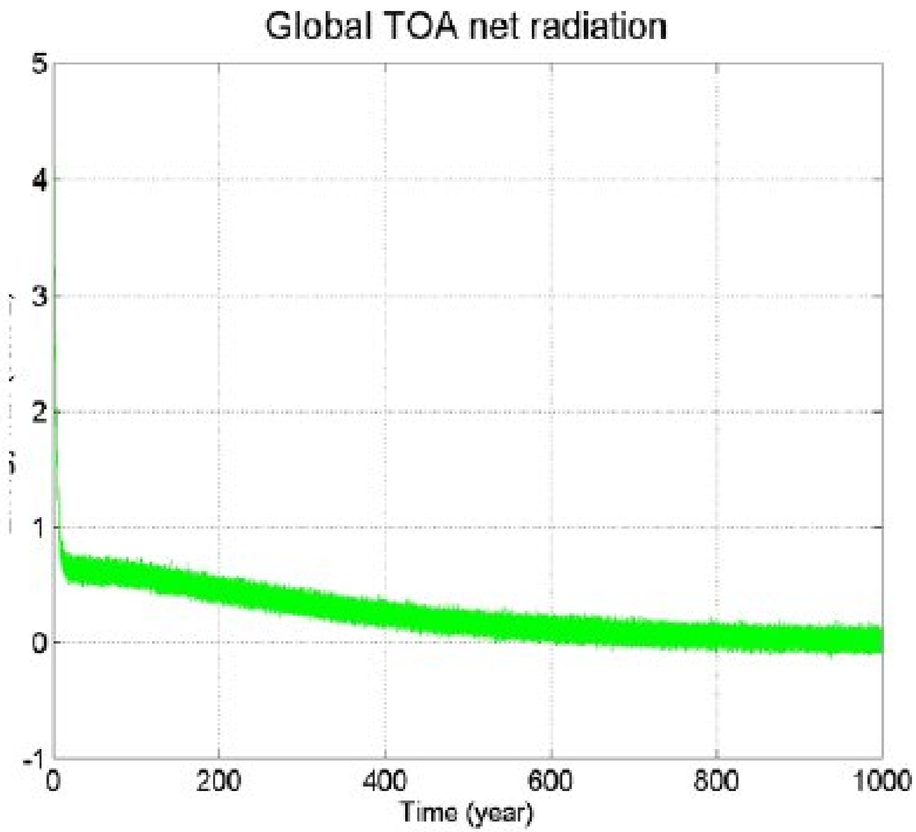


Fig. 1 Global net energy flux at the TOA. After a rapid initial decrease, it takes several centuries for the climate to warm up sufficiently that it can completely offset the initial trapping of longwave radiation induced by a CO2 doubling. The excess energy is stored in the ocean –see Fig. 2. The internal variability is much weaker than the initial CO2 forcing and so is only seen once the energetic imbalance has been reduced to less than 1 Wm-2.

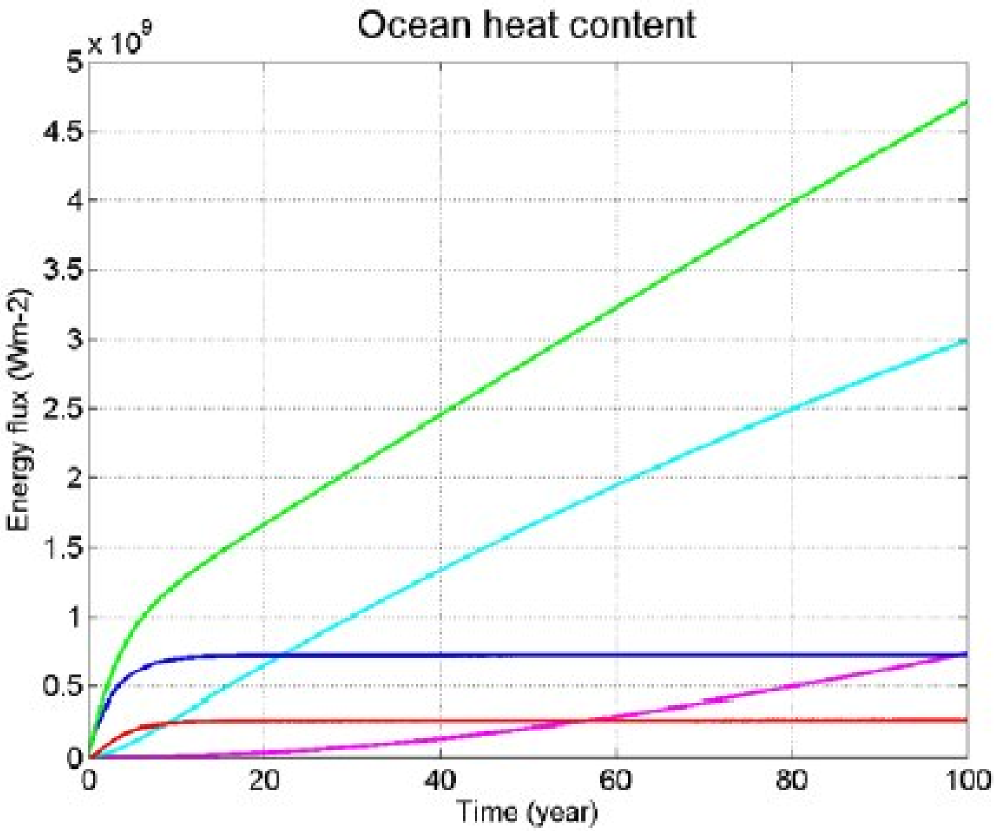


Fig. 2a First 100 years of ocean heat content timeseries (red=mixed layer Tropics; blue = mixed layer Extra-Tropics; magenta=thermocline Tropics; Cyan = thermocline Extra-Tropics; green = red+blue+magenta+cyan). It only takes a few years to establish the warmer mixed layer, but much longer to warm up the thermocline. Note from t=0 onwards there is no change in CO_2, even though a lot is still happening in the ocean. After about 20 years all the excess heat is stored in the the thermocline.

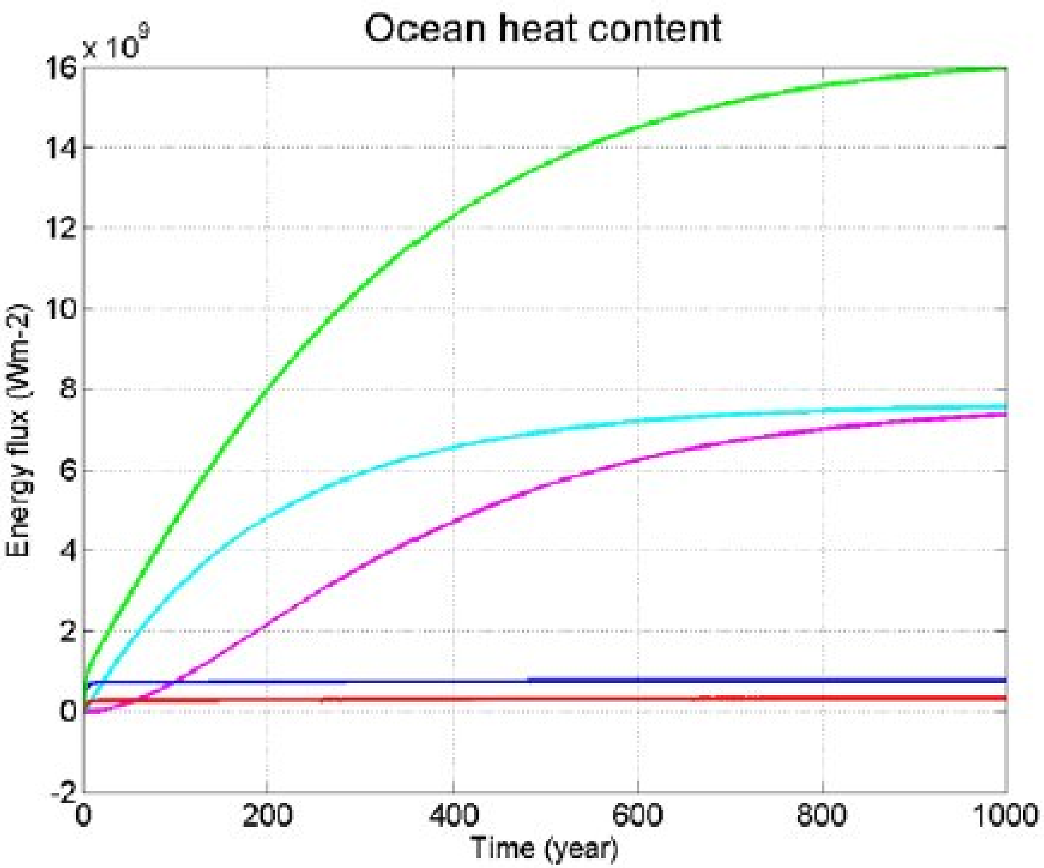


Fig. 2b Same as Fig. 2a but for the 1000-yr long timeseries. Of all curves the high latitude thermocline (cyan) is the one that shows the largest signal.

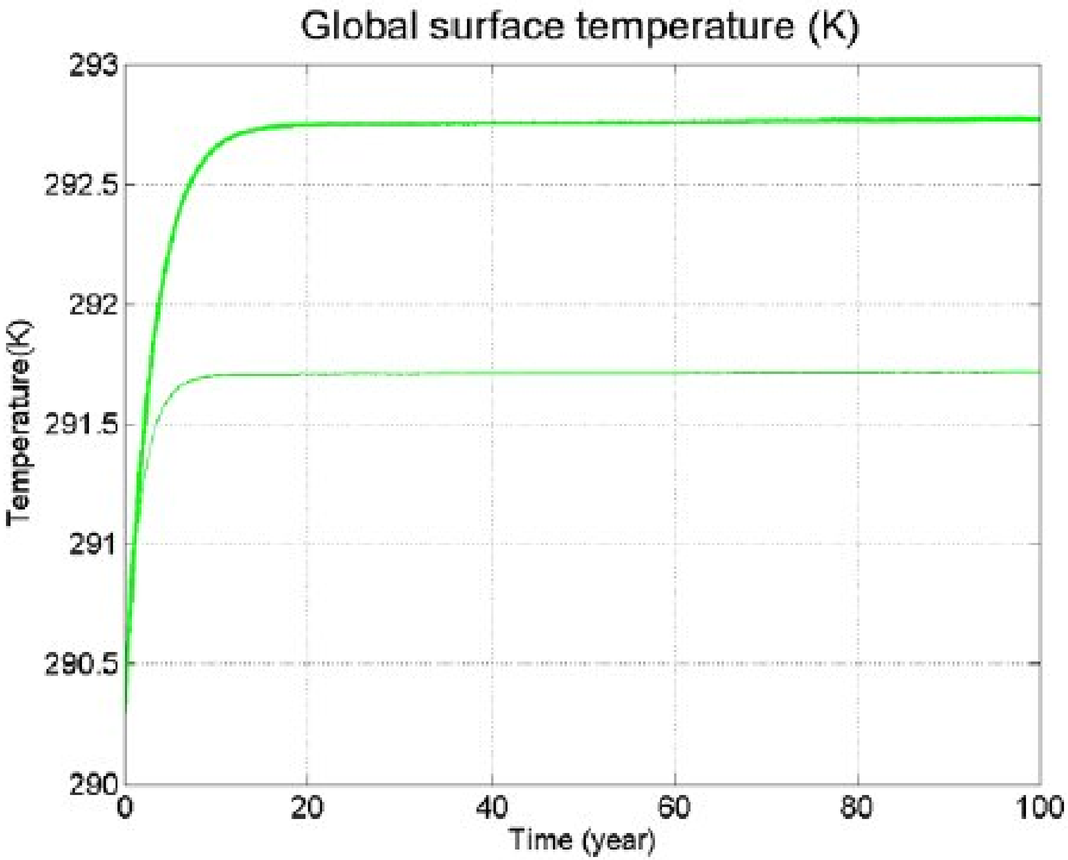


Fig. 3 Surface temperature change in response to a sudden doubling of atmospheric CO2 concentration. The thick curve corresponds to the experiment described in Figs 1 and 2 while the thin curve is the temperature change in absence of water vapour feedback. The smaller change and the shorter timescale of adjustment are clearly visible.